

## **Registro delle lezioni di Geometria**

### **Ingegneria Meccanica A/L**

#### **Anno accademico 2015-16**

22/09/2015. Nozioni preliminari: quantificatori e connettivi logici, relazioni di equivalenza e insieme quoziente, funzioni, iniettività, suriettività e biunivocità. Strutture algebriche: gruppi e campi. Esempi.

23/09/2015: Definizione di spazio vettoriale su un campo. Esempi notevoli di spazi vettoriali: spazio dei vettori liberi bidimensionali e tridimensionali, spazio delle n-uple, spazio delle matrici.

24/09/2015: Spazio vettoriale dei polinomi di grado  $\leq n$  a coefficienti in un campo e corrispondenza biunivoca con lo spazio delle (n+1)-uple. Definizione di sottospazio vettoriale.

29/09/2015: Spazio vettoriale generato da un insieme.  $\text{Span}(A)$  è il più piccolo sottospazio vettoriale che contiene A. Sottospazio somma, sottospazio intersezione. Esercizi ed esempi.

30/09/2015: Lineare dipendenza e indipendenza. Caratterizzazione della lineare dipendenza. Esercizi ed esempi.

1/10/2015: Basi di uno spazio vettoriale. Relazione fra insiemi linearmente indipendenti, insiemi di generatori e basi. Teorema della base. Teorema del completamento di base (senza dimostrazione). Teorema della dimensione. Definizione di dimensione di uno spazio vettoriale.

6/10/2015: Dimensione e basi degli spazi vettoriali modello. Esercizi ed esempi. Formula di Grassmann.

7/10/2015: Basi ordinate di uno spazio vettoriale. Ennupla delle componenti di un vettore rispetto ad una base data. Prodotto riga per colonna fra matrici e sue proprietà.

8/10/2015: Matrice trasposta e sue proprietà. Matrice inversa e sue proprietà. Esercizi ed esempi. Matrici triangolari e diagonali. Matrice identità. Matrici invertibili e loro proprietà. Il gruppo generale lineare. Permutazioni.

13/10/2015: Orbita di un elemento in una permutazione, orbite di una permutazione. Rango e segno di una permutazione. Definizione di determinante di una matrice quadrata. Casi particolari: matrici di ordine 1, 2 e 3 (regola di Sarrus).

14/10/2015: Partecipazione alla presentazione della squadra SAE di Univpm

15/10/2015: Proprietà del determinante. Esercizi ed esempi. Primo metodo per il calcolo del determinante attraverso la triangolarizzazione mediante operazioni elementari.

20/10/2015: Complemento algebrico. Teorema di Laplace e sua applicazione per il calcolo di determinanti. Esercizi ed esempi.

22/10/2015: Elementi della matrice inversa. Calcolo dell'inversa di una matrice quadrata. Rango di una matrice e sue proprietà. Minori.

27/10/2015: 1: Teoremi di Kronecker. Calcolo del rango di una matrice. Uso del rango per stabilire la lineare dipendenza/indipendenza di vettori

28/10/2015: Sistemi lineari. Definizioni generali. Sistemi a gradino e loro risoluzione con metodo di sostituzione in avanti o all'indietro. Primo metodo per risolvere i sistemi lineari: riduzione di un sistema qualsiasi a un sistema a gradino.

29/10/2015: Sistemi di Cramer e loro risoluzione. Teorema di Cramer. Teorema di Rouchè-Capelli. Secondo metodo per risolvere sistemi lineari: riduzione di un sistema qualsiasi a un sistema di Cramer (eventualmente dipendente da parametri).

3/11/2015: Nucleo e immagine di una applicazione lineare. Relazione di tali sottospazi con l'iniettività e la suriettività di una applicazione lineare.

4/11/2015: Formula della dimensione di nucleo e immagine di una applicazione lineare. Iniettività e suriettività di un endomorfismo.

5/11/2015: Matrice associata ad una applicazione lineare. Problema di associare una matrice ad una applicazione lineare rispetto a una coppia di basi. Problema inverso: determinare le equazioni di una applicazione lineare di cui sia data la matrice associata rispetto a una coppia di basi.

10/11/2015: Relazione fra le matrici associate ad una stessa applicazione lineare rispetto a due coppie di basi. Caso particolare di un endomorfismo. Similitudine fra matrici.

11/11/2015: Prodotto scalare. Spazi vettoriali euclidei reali. Norma di un vettore. Proprietà della norma. Angolo fra vettori.

12/11/2015: Ortogonalità. Complemento ortogonale di un insieme di vettori. Basi ortogonali e basi ortonormali. Procedimento di ortonormalizzazione di Graham-Schmidt. Esercizi ed esempi.

17/11/2015: Matrice associata a un prodotto scalare. Esercizi ed esempi.

18/11/2015: Prodotto vettoriale e prodotto misto: definizione e proprietà. Interpretazione geometrica. Esercizi ed esempi. Autovalori ed autovettori di un endomorfismo. Autospazi.

19/11/2015: Polinomio caratteristico. Caratterizzazione degli autovalori come radici del polinomio caratteristico. Molteplicità algebrica e molteplicità geometrica di un autovalore e loro relazione.

24/11/2015: 1: Diagonalizzabilità di endomorfismi e di matrici ad esse associate. Basi spettrali. Condizioni equivalenti alla diagonalizzabilità di un endomorfismo. Condizioni necessarie e sufficienti per la diagonalizzabilità. Esercizi ed esempi.

25/11/2015: Diagonalizzabilità di endomorfismi simmetrici. Componenti di un vettore rispetto a una base ortonormale. Teorema spettrale. Esercizi ed esempi.

26/11/2015: Il piano euclideo reale. Riferimenti cartesiani e cambiamenti di coordinate. Rette nel piano cartesiano: equazione vettoriale, parametrica, frazionaria e cartesiana di una retta nel piano.