

PROGRAMMA del Corso di Modellazione Matematica a.a. 2008/09

Elementi di topologia del piano

Insiemi aperti, chiusi, limitati e compatti. Punti interni e di frontiera. Punti di accumulazione e isolati. Chiusura di un insieme. Coordinate polari.

Funzioni di due variabili reali

Limite di funzione. Passaggio a coordinate polari e condizione necessaria e sufficiente per il calcolo del limite. Funzioni continue.

Teorema della permanenza del segno. Massimi e minimi, Teorema di Weierstrass. Insiemi aperti connessi. Teorema dei valori intermedi. Funzioni derivabili parzialmente.

Funzioni differenziabili e piano tangente. Interpretazione geometrica di funzione differenziabile in un punto.

Proprietà di continuità delle funzioni differenziabili (dim) e Teorema del differenziale (dim). Vettore gradiente. Teorema di derivazione delle funzioni composte. Derivata direzionale. Teorema sulle derivate direzionali (dim). Interpretazione geometrica del vettore gradiente (dim). Teorema sulle funzioni con gradiente nullo in un insieme connesso (dim).

Massimi e minimi relativi. Teorema sulla condizione necessaria del I ordine (dim).

Derivate parziali seconde e matrice hessiana. Teorema di Schwarz. Sviluppo di Taylor del II ordine e Teorema sulla condizione sufficiente del II ordine (dim).

Domini normali del piano x,y e funzioni integrabili su un dominio normale. Integrale doppio e interpretazione geometrica. Teorema sulle formule di riduzione per integrali doppi. Matrice Jacobiana di applicazioni di classe C^1 ed interpretazione geometrica. Teorema di cambiamento di variabili in integrali doppi.

Topologia di R^n e cenno al calcolo differenziale per le funzioni di n variabili reali

Domini normali rispetto al piano x,y e funzioni integrabili su un dominio normale. Integrale triplo e Teorema sulle formule di riduzione per integrali tripli. Matrice Jacobiana di applicazioni di classe C^1 e Teorema di cambiamento di variabili in integrali tripli

Curve ed integrali curvilinei

Curve in R^n e sostegno di una curva. Curve semplici e chiuse. Orientamento di una curva. Curve regolari, retta tangente e versore tangente. Curve equivalenti. Lunghezza di una curva e curva rettificabile. Teorema di rettificabilità.

Ascissa curvilinea. Versore tangente per una curva parametrizzata con un'ascissa curvilinea. Integrale curvilineo di una funzione di n variabili reali. Proprietà elementari dell'integrale curvilineo.

Versore normale e curvatura per una curva piana. Raggio di curvatura e cerchio osculatore. Interpretazione geometrica.

Versore normale e binormale per una curva nello spazio, curvatura e torsione, piano osculatore. Interpretazione geometrica.

Superfici ed integrali di superficie

Superfici regolari, piano tangente e versore normale. Area di una superficie

Teorema di Guldino sull'area delle superfici di rotazione. Integrali di superficie

Proprietà elementari dell'integrale di superficie.

Superfici regolari con bordo. Bordo di una superficie ed orientamento del bordo di una superficie

Campi vettoriali in R^n

Campi vettoriali conservativi e potenziale di un campo conservativo. Lavoro di un campo lungo una curva. Teorema sul lavoro di un campo conservativo (dim). Teorema sulla caratterizzazione di un campo conservativo.

Condizione necessaria affinché un campo di classe C^1 risulti conservativo (dim)

Campi irrotazionali. Insiemi aperti semplicemente connessi e Teorema sui campi conservativi in aperti semplicemente connessi. Teorema di Green (dim. in un rettangolo). Formule per il calcolo dell'area.

Teorema della divergenza in R^2 . Flusso di un campo vettoriale. Teorema di Stokes. Teorema della divergenza in R^3 .

Equazioni differenziali ordinarie

Soluzione di un'equazione differenziale e integrale generale di un'equazione differenziale. Problema di Cauchy. Funzioni lipschitziane.

Teorema sull'esistenza ed unicità locale di una soluzione del problema di Cauchy

Risoluzione di equazioni a variabili separabili

Risoluzione di equazioni differenziali lineari del primo ordine (dim)

Equazioni differenziali lineari del secondo ordine. Soluzioni linearmente indipendenti. Determinante

Wronskiano. Teorema sull'integrale generale di equazioni differenziali lineari del secondo ordine omogenee (dim).

Risoluzione di equazioni differenziali lineari del secondo ordine omogenee a coefficienti costanti (dim. nel caso di discriminante maggiore o uguale a 0)

Risoluzione di equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti non omogenee.

Metodo di variazione delle costanti arbitrarie e metodo della "somiglianza". Casi risonanti.