

Chiaroscuri dell'insegnamento-apprendimento

Alcune lezioni di matematica dal mondo classico

Agnese Ilaria Telloni

*alla professoressa Nicolina Malara,
maestra di sapienza e di vita,
guida alla rettitudine e alla deviazione*

Abstract

L'articolo esplora alcune lezioni di matematica dell'antichità per evincerne un significato profondo e sempre più smarrito del ruolo insostituibile dell'insegnante. Nel Menone Socrate conduce uno schiavo a risolvere un sottile problema geometrico attraverso la reminiscenza, nel Teeteto viene indicata una figurazione dei numeri per semplificare la comprensione di un tema delicato come l'incommensurabilità fra grandezze. Insegnare non è donare e apprendere non si riduce alla ricezione passiva di contenuti, come mostra ancora Socrate nel Simposio. Nelle pagine che seguono il processo di insegnamento-apprendimento, in particolare per quanto concerne la matematica, viene analizzato valorizzandone la complessità, il carattere irriducibile di evento e le implicazioni sociali, nell'articolazione di un collegamento naturale con l'ermeneutica e la filosofia della singolarità.

Premessa

Mai come oggi la didattica e più in generale la scuola si trovano al tempo stesso al centro e ai margini del dibattito pubblico. Prolificano romanzi, saggi, film e articoli che fantasticano sulle dinamiche di classe e indagano la complessità del tessuto sociale che abbraccia insegnanti e studenti, si moltiplica chiassosamente e in direzioni fantasiose l'offerta formativa degli istituti, viene sempre di più promossa la scuola del benessere e della serenità. D'altro canto, però, sembra proprio che si sia smarrita la funzione istituzionale della scuola, disgregata in mille frammenti ormai privi di coerenza, e che gli insegnanti soffrano un abbandono intenzionale da parte della collettività, divenendone addirittura i capri espiatori preferiti ogni volta che accade qualche episodio di cronaca nera riguardante i giovani. L'antica alleanza fra società, scuola e famiglia si è lacerata e ogni componente tenta maldestramente di scaricare le responsabilità del fallimento sulle altre. Perciò gli insegnanti, anello debole di questo

spietato gioco del potere, divengono bersagli di accuse e derisioni, mentre dalla loro professionalità si esige sempre di più: innanzitutto la totale compromissione personale con il proprio ruolo educativo, ma oggi anche competenze emotive e relazionali che vanno molto oltre rispetto alla conoscenza profonda della propria disciplina.

L'emancipazione dei nuovi indirizzi didattici rispetto al modello trasmissivo del passato valorizza infatti giustamente lo stimolo all'indagine e allo spirito critico più che l'accumulazione delle informazioni: la scuola non è più, insomma, un luogo di somministrazione di nozioni (come suggerisce l'immagine de *I viaggi di Gulliver*, secondo cui la matematica si apprenderebbe ingurgitando, possibilmente senza avvertirne il sapore disgustoso, un'ostia con su scritti teoremi e dimostrazioni), ma un laboratorio creativo, una fucina di idee e di progetti. In questo radicale cambiamento di scenario, l'insegnante è chiamato a dirigere e moderare un'orchestra di voci, incoraggiando la pluralità e l'arricchimento reciproco dei punti di vista. Egli, pur agendo nel segno di un preciso sistema di finalità personalmente elaborato, deve essere pronto a rimodulare in situazione la propria progettazione didattica e curvarla sulle esigenze del contesto classe. Ciò è in particolar modo vero per l'insegnante di matematica, non più visto come depositario e latore di un sapere oscuro e indubitabile, ma come promotore della costruzione collettiva della conoscenza attraverso "un'autentica attività matematica socialmente condivisa" [Ma1, p. 29]. A lui si richiede di favorire un apprendimento significativo, consapevole e soggettivo e di "essere abile nel creare un buon contesto di interazione, stimolando e regolando i processi argomentativi, facilitando la comunicazione, l'ascolto, la valutazione e la capacità di produrre contro-argomentazioni. [...] L'insegnante deve dirigere l'attenzione della classe verso l'obiettivo matematico da raggiungere e deve filtrare e far convergere le idee degli studenti verso contenuti rilevanti e significativi per il raggiungimento di esso." [Ma2, p. 38]. Per questo del suo bagaglio culturale deve far parte una conoscenza approfondita della dimensione storico-epistemologica, che diriga le scelte educative sulla base della fecondità delle idee matematiche, anche in relazione alla loro evoluzione storica e alle modalità con cui sono state veicolate. In tal modo i concetti della matematica vengono restituiti alla loro dimensione umana e riconosciuti all'interno di un contesto generale della conoscenza come prodotto della ricerca dell'uomo e per l'uomo, piuttosto che come verità incontestabili ed eterne. Come ricorda Speranza [GS, pp. 71 e segg.], "nella formazione, didattica, storia ed epistemologia (della matematica) devono costituire un "circolo virtuoso" nel quale ognuna di esse giustifica e rafforza le altre", poiché "gli allievi potrebbero capire i problemi principali connessi con la costruzione storica della matematica e il suo ruolo nella cultura".

Queste e altre sfumature cangianti dell'essere insegnante, oggi dimenticate dall'opinione pubblica e dalle istituzioni, ma che ogni maestro declina secondo il proprio stile e gli studenti riconoscono come tratto distintivo di chi sa lasciare una traccia, si riscoprono in alcune lezioni della classicità. La capacità di stimolare con l'azione e con il gesto, la problematizzazione dei mezzi comunicativi, la generosità e la parsimonia del maestro nel darsi agli studenti si rivelano le chiavi essenziali per condurre non soltanto alla conoscenza, ma anche e principalmente a una crescita generale della personalità.

1. Introduzione. L'educazione secondo Platone

Scriva Platone nella *Repubblica* che [Pl2, 518b-d]

“l'educazione non è come la definiscono certuni che si professano filosofi. Questi [...] affermano di instillare (*entithemi*) la conoscenza (*episteme*) in un'anima che non la possieda, come si metterebbe la vista in occhi ciechi. [...] Mentre invece [...] nell'anima di ciascuno di noi vi è la facoltà di apprendere (*ten evousan dynamin*) e l'organo mediante il quale ciascuno apprende (*katamanthanein*); e [...] quest'organo dell'anima deve essere stornato da ciò che è divenire, fino a che non si renda capace di contemplare l'essere. [...] L'educazione, dunque, è l'arte di produrre questo rivolgimento (*periagoghe*), e produrlo nel modo più facile e più proficuo, non quella di immettere nell'uomo la facoltà visiva, ma di procurare a chi già possiede la vista, ma è volto male e non guarda dove dovrebbe, la possibilità di questa conversione.”

Dunque, educare non significa mettere dentro (*entithemi*) le menti ignoranti la verità (*episteme*), ma piuttosto convertire, indicare all'anima la direzione verso cui rivolgersi per arrivare, passo dopo passo, dalla contingenza delle sensazioni alla visione dell'essere. In questo processo formativo, proprio Platone, padre della civiltà e del pensiero occidentali, riserva alla matematica un ruolo fondamentale. Essa è infatti “disciplina che trascina l'anima dal divenire all'essere”, stimola a “dubitare e indagare (*aporein kai zetein*), mettendo in moto la riflessione” [Pl2, 524d] e assume il ruolo chiave di *medium* fra la realtà mutevole e l'immutabilità del mondo delle idee, a cui attinge il pensiero puro. Inoltre, rileva Zellini, nella speculazione platonica la progressione verso la conoscenza del “carattere elusivo dei concetti di bene, verità, [...] trova una corrispondenza nella struttura dei processi di calcolo e nei concetti matematici di rapporto e incommensurabilità”, perché si configura come la conquista graduale ma mai compiuta di un “centro di equilibrio e di giustizia, un *logos alogos*, che è il perno di una bilancia infinitamente oscillante” [Ze, p. 82].

Nella concezione gnoseologica di Platone si distinguono diversi gradi di conoscenza relativi rispettivamente al mondo sensibile, indagato attraverso l'opinione (*doxa*) e al

mondo intellegibile, che si comprende attraverso la scienza (*episteme*). Gli enti matematici afferiscono a una parte dell'*episteme*, e nello specifico alla *dianoia*, letteralmente “conoscenza intermedia” fra la percezione (*aisthesis*) e le forme pure dell'intelletto (*noesis*), sul modello delle quali le cose fisiche sono forgiate. Seconda solo alla dialettica in quanto a prossimità all'essere, la matematica ha dunque la capacità di guidare l'anima verso l'universalità ed è per questo che, secondo Platone, deve fare imprescindibilmente parte del bagaglio culturale di ogni cittadino. Nota però il filosofo che [P12, 524e]:

“la scienza dell'unità (*mathesis perì to en*) [...] per sua natura è tra quelle discipline che guidano verso la conoscenza intellettuale, [...] ma nessuno ne fa un uso corretto, sebbene sia davvero capace di trarre verso l'essere in sé.”

Consuetamente infatti, la matematica è appresa e utilizzata a fini pratici, anche se la sua essenza più profonda è volta all'intellegibile. Occorrerebbe quindi imporla [P12, 525c]

“per legge e persuadere coloro che devono esercitare nella città le più alte cariche a indirizzarsi verso la scienza del calcolo (*loghistiken*) e a studiarla non superficialmente, ma fino a raggiungere col puro intelletto la contemplazione della natura dei numeri, senza usarla per vendere e comprare, come fanno i mercanti e i bottegai, ma [...] per facilitare la conversione dell'anima dal divenire alla verità dell'essere.”

In questo quadro complessivo, un ruolo peculiare spetta alla geometria. Platone infatti attribuisce agli enti aritmetici e ai numeri in particolare, un grado di maggiore astrazione rispetto alle linee e alle figure di cui si occupa la geometria. Il quadrato o la linea retta in sé sono la prima idealizzazione degli oggetti fisici, alla cui esistenza la mente dà spontaneamente assenso perché discendono da una costruzione e dunque da un processo concreto. A partire dalla sensazione e dall'opinione, la geometria traccia un percorso che progressivamente si allontana dal mondo fisico e punta all'essere in sé. Non è un caso che, come vedremo nel seguito, Platone ricorra di frequente a rappresentazioni geometriche dei numeri per proporre soluzioni generali di problemi aritmetici.

2. La geometria come modello dell'apprendimento: la lezione del *Menone*

La geometria rivela dunque una doppia anima: da un lato attinge alla concretezza della realtà e dall'altro mira alla perfezione astratta del mondo sovrasensibile. Questa ambiguità però, lungi dal limitarne le potenzialità, la rende supremo paradigma dell'acquisizione del sapere. Ne è un esempio l'esperimento didattico che Socrate improvvisa nel *Menone*, allo scopo di provare la teoria della reminiscenza, secondo cui

a tutti è concesso di conoscere la verità, perché ogni anima l'ha contemplata nell'iperuranio¹. Socrate sceglie proprio l'ambito della geometria per la sua dimostrazione e propone un problema ad uno schiavo, del tutto o quasi ignaro della materia. Attraverso l'arte maieutica, il maestro guida l'allievo alla soluzione senza insegnargliela, ma lasciando che sia lui a scoprirla.

Nel colloquio tra Socrate e lo schiavo si possono distinguere tre momenti successivi. Dapprima [P11, 82b-82e] viene posta la questione geometrica: dato un quadrato di lato pari a 2 piedi, e dunque area uguale a 4 piedi quadrati, si vuole determinare la misura del lato del quadrato di area doppia, cioè pari a 8 piedi quadrati. Nel secondo momento [82e-84a] lo schiavo propone vari tentativi aritmetici di soluzione, tutti confutati da Socrate. Infine nel terzo momento [84a-85b] il maestro mostra tutta la sua perizia didattica e cambia l'approccio al problema, facendo leva sull'intuizione geometrica del suo interlocutore: lo invita a considerare il quadrato quadruplo di quello di partenza e a decomporlo, tracciando gli assi dei lati, in quattro quadrati di area 4. Gli fa poi osservare che le diagonali di questi quattro quadrati individuano un quadrato centrale la cui area è la metà di quella del quadrato grande, cioè 8. Se ne deduce che il lato del quadrato di area 8 è uguale alla diagonale del quadrato di area 4. Il ragazzo sottoscrive convinto la conclusione: l'esperimento maieutico è riuscito.

3. *Geometria ancilla arithmeticae*

Sulla struttura e lo stile del dialogo che conduce lo schiavo di Menone alla reminiscenza e quindi alla soluzione del problema, molto è stato scritto e detto. Quello che in questo contesto ci interessa maggiormente osservare è la valenza didattica dell'approccio socratico, sia da un punto di vista generale, sia per quanto concerne la specificità della geometria. Si può innanzitutto rilevare che la terminologia impiegata da Socrate presenta numerose ambiguità e non si caratterizza per uno spiccato rigore matematico. Tanto per citare un esempio fra i molti che si potrebbero suggerire, Platone parla del *pie*de (*pous*) come unità di misura sia delle lunghezze, sia delle superfici, mentre le aree andrebbero espresse in *pie*di quadrati. Il linguaggio è infatti qui impiegato come gancio rispetto all'intuizione sensibile dello schiavo, che Socrate deve attivare per portarlo alla soluzione, piuttosto che come espressione fedele delle definizioni, delle proprietà matematiche e delle implicazioni logiche. Come osserva acutamente Cattanei [Ct1], il passo considerato evidenzia a livello lessicale elementi ibridi, che si possono considerare comuni all'ambito scientifico e al linguaggio naturale. Ad esempio, la misura del lato del quadrato di area 8 viene indicata con il

¹ La lezione di matematica che Socrate propone nel *Menone* è stata analizzata in [TT], a cui mi permetto di rimandare.

termine *pelike*, che descrive la “grandezza”, non solo e non principalmente in senso geometrico. Aristotele, infatti, usa l’aggettivo *pelikon* parlando del diventare “grande” di un ragazzo, oppure della lunghezza di un’arma. Un altro caso emblematico riguarda il cerchio, indicato nel *Menone* sia come *stroggulon*, termine generico che significa “rotondo” e che viene espunto dal lessico matematico successivo, sia con il lemma più specifico *kuklov*, abbondantemente utilizzato anche da Euclide negli *Elementi*. La geometria del *Menone*, insomma, esprime una marcata matrice esperienziale, che offre a Socrate l’appiglio per guidare lo schiavo alla conoscenza. In questo senso, quindi, si rivela proprio la disciplina adatta a favorire quel rivolgimento (*periagoghe*) di cui si parla nella *Repubblica* come l’essenza ultima dell’apprendimento.

Nel locus matematico del *Menone*, emerge un’irrisolta e feconda dualità di registri, intenti e consapevolezze, che palesa le due nature della geometria, opposte ma essenzialmente indisgiungibili: una rivolta verso il basso, connessa alla percezione dei sensi, e un’altra orientata al mondo intellegibile, dove la conoscenza è pura e non inficiata dalla mutevolezza della realtà. Ciò è ancora più evidente se si confronta il brano con i libri VI e VII della *Repubblica*, in cui Platone pone e risolve compiutamente la questione dell’educazione del cittadino. Il filosofo osserva qui che la geometria “che è effettivamente scienza di ciò che eternamente è” [PI2, 527b], e dunque partecipa a pieno diritto del mondo sovrasensibile, tuttavia “è tutto il contrario di come la descrivono coloro che la praticano”, i quali “ne parlano in modo ridicolo e forzato: affermano di tracciare quadrilateri e prolungare linee, aggiungere figure e così via per scopi pratici, mentre questa disciplina deve essere interamente coltivata solo per la conoscenza” [PI2, 527a-b]. Infatti, i geometri “utilizzano figure visibili e costruiscono su di esse le dimostrazioni, non pensando però a queste, bensì ai loro modelli” [PI2, 510d-e].

Nella sua analisi della matematica platonica, e in particolare della commensurabilità, Imre Toth osserva che “non tutti i numeri sono commensurabili tra loro; possono, invece, divenire chiaramente commensurabili quando vengono tradotti in superfici” [To, p. 450]. Anche secondo questa interpretazione l’approccio geometrico si rivela fondamentale per chiarire questioni aritmetiche. Così accade, ad esempio, in un’altra “lezione” di matematica descritta nel *Teeteto* ([PI4, 147d-148c]), in cui il problema aritmetico della commensurabilità fra grandezze viene affrontato attraverso una sorta di geometrizzazione dei numeri. Il matematico Teeteto dice a Socrate di aver diviso l’intera successione dei numeri interi positivi (*ton arithmon panta*, [147e]) in due categorie: i numeri *quadrati ed equilateri* e quelli *rettangolari e oblungi*. I primi sono generati dalla “moltiplicazione di due fattori uguali” [147e] e corrispondono dal punto di vista geometrico alla figura del quadrato, mentre i secondi non si possono ottenere

come prodotto di fattori uguali, ma nascono “dalla moltiplicazione di un numero maggiore per uno minore” o viceversa [148a] e sono associati al rettangolo. Ora, osserva Teeteto, le lunghezze che moltiplicate per se stesse, ovvero scelte come lati di un quadrato, darebbero i numeri oblungi (in termini moderni si direbbe le radici quadrate irrazionali, ad esempio $\sqrt{3}$), non sono commensurabili alle lunghezze che danno i numeri quadrati; a queste ultime sono invece commensurabili le loro potenze (cioè le loro aree, ad esempio $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$). Per questo “tutte le linee che rendono quadrato un numero equilatero e piano le abbiamo definite con il termine lunghezze (*meke*), invece quelle che rendono quadrato un numero rettangolare le abbiamo definite potenze (*dynameis*)” [148b].

In quest’ottica, l’aritmetica chiarisce la geometria, la diversa natura delle *lunghezze* e delle *potenze* è resa esplicita e generale attraverso la figurazione dei numeri, visti come “gruppi di unità le cui specifiche proprietà aritmetiche trovano immediatamente una rappresentazione geometrica e una raffigurazione nello spazio; si tratta di *arithmoi* riportati a *eide*, che sono *schemata*” ([Ct2, p.61]).

4. “Socrate bara”

Torniamo però al *Menone* e all’analisi didattica della lezione di Socrate. Merita rilievo l’aggiustamento che il filosofo fa durante il colloquio con lo schiavo: come nota Serres ne *Le origini della geometria*, “Socrate bara” [Se, p. 231]. Egli voleva conoscere, all’inizio, la misura del lato del quadrato di area 8, ma nel terzo momento del dialogo opta per una soluzione geometrica, il cui esito è l’individuazione della grandezza (*pelike*) del lato del quadrato, ma non la sua misura. Infatti, mentre dapprima Socrate invita il suo allievo a “rispondere, dopo aver calcolato (*logisamenos eipe*)” [P11, 82d], successivamente alleggerisce la richiesta e gli dice: “se non vuoi calcolare (*ei me boulei arithmein*), mostra (*deixon*) qual è la grandezza” [84a]. Anche Toth osserva ne “*Lo schiavo di Menone*” che la questione inizialmente posta ha trovato una sua sistemazione geometrica, ma non è ancora risolta dal punto di vista aritmetico. Socrate si accontenta, per così dire, dello stadio a cui ha condotto la comprensione del suo allievo.

Viene ora da chiedersi: cosa cela questo “barare” di Socrate? Si tratta della regolazione in itinere di un progetto didattico, oppure egli sapeva fin dall’inizio che lo schiavo non avrebbe trovato la misura? Altri passi platonici dedicati all’incommensurabilità sembrano suggerire quest’ultima opzione. Socrate prepara un vero e proprio

² *Arithmoi*= numeri; *eide*= forme, specie; *schemata*= figure geometriche.

framework didattico e costruisce ad hoc per il suo allievo un adeguato ambiente di apprendimento. Secondo la terminologia originariamente introdotta da M. Foucault e mutuata in ambito didattico, Socrate allestisce una “eterotopia”, un luogo altro rispetto al mondo reale, nel quale gli elementi concorrenti, tutti controllati e vagliati con cura, fungono da mediatori didattici. Tali strumenti, “non relegabili a semplici segni e linguaggi [...], hanno una portata attiva” e consentono di “attraversare da più prospettive lo spazio fra soggetto che apprende e oggetto da apprendere o sperimentare” [GMR, pp. 107-108]. Nella situazione predisposta, il mondo viene filtrato e rappresentato, il maestro offre all’allievo la possibilità di un’esperienza – quella della costruzione geometrica e della riflessione su di essa - preservata dallo spazio-tempo reale, in cui il ragazzo possa, opportunamente guidato, costruire in sicurezza la propria acquisizione del sapere. D’altro canto, Socrate stesso si fa, in un certo senso, scudo per lo schiavo, e cambiando il registro della discussione nel passaggio dal secondo al terzo momento, dall’aritmetica alla geometria, dal “calcolare” al “mostrare”, lo trattiene al riparo da concetti troppo complessi o non accessibili, come l’incommensurabilità della radice di 2. Nell’esperimento didattico, Socrate orchestra magistralmente una dialettica fra l’immersione dello schiavo nel contesto geometrico e la distanziamento dal contesto stesso, assumendo nei confronti del suo allievo, il doppio ruolo di “modello nell’esplorazione del problema” e “guida metacognitiva” (cfr. [Ma3] e [Cu]). Egli indaga assieme allo schiavo, lo guida in modo strategico e lo conduce alla costruzione della conoscenza; inoltre, attiva atteggiamenti riflessivi e metacognitivi allo scopo di favorire il controllo dei significati. In modo incredibilmente aderente ai moderni modelli didattici, qui “la conoscenza non nasce né dalla teoria, né dalla pratica, ma da un gioco continuo di presenza e assenza, di distanziamenti e riattraversamenti” [GMR, p. 104].

5. La spirale dell’apprendimento

Ma qual è il progetto didattico di Socrate? Come egli stesso dice, *conditio sine qua non* per l’acquisizione del sapere è la generazione del dubbio, la perturbazione di un equilibrio che si crede stabile. Per lo schiavo, è necessario passare dalla presunzione di conoscenza alla *aporia*. Quando, dopo aver azzardato alcune soluzioni aritmetiche al problema posto dal maestro, lo schiavo conclude, sconsolato “*Per Zeus, Socrate, non lo so davvero!*” [P11, 84a], Socrate si rivolge a Menone, fino a quel momento osservatore silenzioso dell’esperimento didattico, dicendo [P11, 84c]:

“Ti rendi conto di quanto cammino egli abbia già fatto sulla via della reminiscenza? Dapprima non sapeva quale fosse il lato di un quadrato la cui superficie sia di otto piedi: neppure ora lo sa, ma prima credeva di saperlo e rispondeva con quella

sicurezza propria di chi sa, né ombra di dubbio lo sfiorava (*ouk aporein*); ora è dubbioso, e, non sapendo, neppure crede di sapere”

e ancora:

“ora, proprio perché non sa, ricercherà con piacere. [...] Credi allora che si sarebbe messo a cercare e ad apprendere (*zetein e manthanein*) quel che pensava di sapere, pur non sapendolo, se prima non cadeva in dubbio (*aporian*) e se, rendendosi conto di non sapere, non avesse desiderato sapere (*epothesen to eidenai*)?”

È quindi chiaro che l'apprendimento, in questo contesto, risulta come atto mai concluso di un processo in cui sono tappe fondamentali il dubbio, il desiderio di conoscenza e la ricerca. Non si tratta, da parte dell'insegnante, di imporre (*entithemi*) la verità (*episteme*), ma di provocare l'indagine, sollecitare e supportare la costruzione della conoscenza. Come è noto, Socrate non inculca insegnamenti ai suoi allievi, ma praticando la maieutica, trae dalle loro menti ciò che è già presente in esse, dopo aver fatto emergere una lacunosità, una necessità di conoscenza. Il filosofo articola una dialettica che presenta analogie strutturali e terminologiche con la matematica greca: procede da assiomi o ipotesi condivise attraverso deduzioni successive, “persegue una *skepsis*, una via scettica che non nega affatto la verità, ma si limita a cercarla evitando di attribuire a posizioni unilaterali il valore di argomento conclusivo, analogamente a ciò che si fa nel calcolo, ove il difetto e l'eccesso non coincidono mai con il rapporto esatto” [Ze, p. 89]. Il discente si attiva così, in preda a quella che Napolitano Valditara definisce “meraviglia interrogante dell'*aporein*³”, atteggiamento che “nonostante i suoi limiti cognitivi (sapere di non sapere) e i suoi tratti emozionalmente negativi (sconcerto, confusione, incertezza, paralisi), non è reputato uno stato negativo, perché può portare all'*euporein*⁴” [Na, p. 170, nota 70].

Sulla medesima linea di pensiero, osserva Massimo Recalcati che “al centro del sapere dimora un vuoto” [Re, p. 20]. Per quanto l'affermazione possa sembrare paradossale, essa invita a riflettere sul ruolo chiave del docente, che deve, come Socrate, generare il desiderio di conoscenza e al tempo stesso saper gestire una falla costitutiva della conoscenza e inerente a qualsiasi processo di apprendimento: il sapere non si può mai completamente possedere. Scrive Recalcati [Re, pp. 4-5]:

“Il maestro non è colui che possiede il sapere, ma colui che sa entrare in un rapporto singolare con l'impossibilità che attraversa il sapere, che è l'impossibilità di sapere tutto il sapere. [...] Il sapere non si può mai sapere tutto perché è per sua struttura bucato, non-tutto, impossibile.”

³ *aporein* = “dubitare”

⁴ *euporein* = “sciogliere il dubbio”, secondo la traduzione proposta da Napolitano Valditara.

E se il confine del sapere, certo, non è barriera, ma frontiera, ovvero orizzonte che si mira continuamente a spostare più lontano, esso resta comunque ineliminabile. Un limite intrinseco inficia il sapere dall'interno, lo attraversa e ne caratterizza lo statuto: la conoscenza non è un'isola circondata dall'oceano dell'ignoto, piuttosto l'ignoto la solca come un fiume. Con questa radicale impossibilità ogni insegnante deve fare i conti, evitando di metterla da parte come qualcosa di accidentale, ma piuttosto valorizzandola e preservandola per la sua capacità generativa.

Nello scenario descritto, ogni tentativo da parte del docente di riempire il vuoto dischiuso dal desiderio di conoscenza non può che rivelarsi fallimentare, perciò l'insegnante deve piuttosto auspicare ad alimentare quel vuoto e a renderlo fecondo. Proprio questo insegnamento ci comunica un'altra grande lezione che Socrate dà nel *Simposio* di Platone. In una delle prime scene del dialogo il maestro viene invitato dal suo allievo Agatone a sedersi accanto a lui, in modo che quest'ultimo “possa apprendere subito per contatto diretto i [suoi] pensieri” [Pl3, 175d]. Agatone crede dunque che la conoscenza fluisca da chi la possiede a chi non ce l'ha attraverso la sola vicinanza fisica, come acqua che può essere travasata da un contenitore pieno a uno vuoto. Ma Socrate si ritrae al desiderio del giovane e lo sconvolge con queste parole [Pl3, 175d-e]:

“Sarebbe una buona cosa, Agatone, se i pensieri potessero scivolare da chi ne ha più a chi ne ha meno per contatto diretto, quando siamo accanto, tu ed io; come l'acqua che, attraverso un filtro, passa dalla coppa più piena alla più vuota. Se è così, voglio subito mettermi al tuo fianco, perché la tua grande e bella saggezza possa riempire la mia coppa.”

Il maestro, dunque, infrange l'illusione di Agatone, che è quella propria di ogni allievo, di poter ricevere passivamente la conoscenza. Il gesto di Socrate testimonia che l'insegnamento non si travasa come attraverso un imbuto da chi ne ha di più a chi ne è sprovvisto. Insomma, “l'insegnamento non è un regalo!” [En, p. 6], come ricorda un famoso articolo di Federigo Enriques. Piuttosto ogni apprendimento è un processo soggettivo del discente, che viene attivato dallo sconvolgimento di un equilibrio preesistente.

Ma Socrate non si limita a rifiutare la conoscenza, il tono complessivo della sua risposta non sembra affatto quello di un diniego. Nella seconda parte della sua battuta, infatti, egli stesso si mostra come un modello di desiderio per Agatone, rivelandosi *erastes*, “amante” del sapere, non dunque nella posizione di chi possiede la sapienza, ma, come Agatone, in cammino verso di essa.

6. Apprendimento come prodursi interiore di un evento: la fusione di orizzonti

Le lezioni fin qui richiamate suggeriscono che ogni rapporto di insegnamento-apprendimento si configura come il prodursi di un evento, nel quale il mondo del discente e quello del docente si fluidificano uno nell'altro e si fondono in una maniera singolare e irripetibile. Ciò che scaturisce da questo evento è ogni volta solo parzialmente prevedibile: nonostante l'insegnante articoli una accurata progettazione didattica, tenendo conto delle proprie finalità pedagogiche, degli obiettivi del suo intervento e dei destinatari a cui si rivolge, l'attuazione del progetto richiede sempre aggiustamenti, variazioni, digressioni e deviazioni rispetto al preventivato. Accade insomma qualcosa di simile alla "fusione di orizzonti" di cui parla Gadamer in *Verità e metodo* [Ga, p. 356], riferendosi alla comprensione di un testo da parte di un interprete. Nel caso dell'insegnamento-apprendimento non sono un soggetto e un oggetto a essere coinvolti, ma due soggetti, che realizzano l'incontro di due universi distinti, ciascuno dei quali intriso di conoscenze, esperienza ed elementi espliciti e latenti, che nel dipanarsi del dialogo emergono e divengono attivi. "Ogni comprensione articola una precomprensione di cui l'interprete già sempre dispone", scrive Heidegger formulando il celebre circolo ermeneutico; la stessa dialettica a spirale si realizza nel processo di comunicazione e acquisizione della conoscenza, nel quale i nuovi contenuti che l'insegnante veicola non si imprimono su una *tabula rasa*, ma stimolano lo scenario vivo e pulsante della coscienza dello studente, provocandone la reazione. Il sapere in possesso del docente si trasforma durante l'insegnamento-apprendimento, secondo una doppia trasposizione. Dapprima diviene sapere da mediare e veicolare, poi, nella fase di acquisizione da parte dell'allievo, si soggettivizza, entra in una rete già strutturata di altre nozioni ed esperienze e assume un'identità propria influenzata, ma non determinata, dalle concezioni del docente e del discente.

La conoscenza non è quindi suscettibile di semplice trasmissione, non viene concessa da un lato e ricevuta dall'altro, non fluisce come acqua dal recipiente pieno a quello vuoto, ma si costruisce secondo una logica di domanda e risposta. La condizione di possibilità di questa "dialettica dialogica" è una originaria familiarità dei due soggetti coinvolti, maestro e allievo, costituita dal linguaggio e dall'appello insito in ogni apprendimento. Questa base comune non esclude però un'essenziale alterità fra i due interlocutori, che deve essere superata nell'articolazione del dialogo. In questo senso si assiste davvero a uno scambio reciproco fra docente e discente, in cui i ruoli, pur mantenendosi chiari e distinti, possono talvolta mescolarsi.

Ogni insegnante fa esperienza del fatto che svolgendo la propria professione, comunicando il proprio sapere, lo apprende in maniera sempre nuova, scoprendone

criticità e prospettive diverse, lo rielabora continuamente e lo struttura con consapevolezza maggiore all'interno del proprio patrimonio culturale. Definita da alcuni la "relazione liquida"⁵, quella fra maestro e allievo accoglie rovesciamenti improvvisi, inciampi, riorientamenti gestaltici⁶, percorsi di crescita e momenti di stallo che coinvolgono entrambi i soggetti in gioco. Chi insegna è sempre anche chi impara, anima il proprio sapere di nuove domande e non si sottrae alla ricerca, ma anzi, accetta per primo la scommessa dell'esplorazione di nuovi territori e rinuncia alla sicurezza dei percorsi già battuti. Come Socrate con Agatone, il vero buon maestro è colui che non cela la propria ignoranza, ma la professa, pronto a imparare dai propri allievi e a collocarsi non davanti, ma accanto a essi nella lunga strada verso il sapere.

7. Il rovesciamento dell'insegnamento-apprendimento: Socrate e Diotima

Un esempio singolare di rovesciamento del rapporto di apprendimento viene offerto da Platone nella parte conclusiva del *Simposio*. Socrate, quando è il suo turno di parlare dell'amore, sceglie di riferire il discorso che gli fece una donna straniera di nome Diotima. Questo episodio costituisce per diverse ragioni un *unicum* nel corpus delle opere di Platone: viene narrato mediante l'artificio letterario del racconto nel racconto, e coinvolge una donna, la cui presenza al dialogo, benché solo evocata, è palese trasgressione alle regole tacite dei dibattiti filosofici. Oltre a ciò, a Diotima viene riservato un ruolo tutt'altro che marginale: Socrate si affida al suo carisma per conferire credibilità e spessore al proprio discorso, secondo lo schema classico del principio di autorità.

Il filosofo riferisce di aver dialogato con lei, sostenendo la bellezza e la bontà di Eros, ma di essere stato confutato e poi istruito dalla straniera: l'amore non è bello, ricco e generoso come tutti credono, ma piuttosto una figura intermedia (*ti metaxu*), perennemente mossa dal desiderio e dall'inquietudine. Dice Diotima, giustificando in parte l'errata convinzione di Socrate: "tu credevi che Eros fosse l'amato (*eromenon*), non l'amante (*eron*). Per questa ragione, senza dubbio, ti sembrava che fosse pieno di ogni bellezza. Infatti l'oggetto dell'amore è sempre bello, delicato, perfetto, sa dare ogni felicità. Ma l'essenza di chi ama è differente" [P13, 204b]. Secondo il mito, Eros è figlio di *Poros* ("espediente") e *Penia* ("povertà") e dei genitori ha le peculiarità caratteriali. Per questo [203c-d]

⁵ Cfr. ad esempio C. Sini, *Maestro e allievo, la relazione "liquida"*, Corriere della sera, 17 ottobre 2013, p. 45.

⁶ L'espressione è dovuta a Thomas Kuhn, che la usa ne *La struttura delle rivoluzioni scientifiche* per descrivere il momento in cui a un certo gruppo di scienziati si apre una nuova prospettiva in modo del tutto repentino. Guardando nelle direzioni già note e ricercando negli ambiti già battuti, all'improvviso essi vedono cose completamente nuove.

“non è affatto delicato e bello come si dice di solito, ma al contrario è rude, va a piedi nudi, è un senza-casa, dorme sempre sulla nuda terra, sotto le stelle, per strada davanti alle porte, perché ha la natura della madre e il bisogno l'accompagna sempre. D'altra parte, come suo padre, cerca sempre ciò che è bello e buono, è virile, risoluto, ardente, è un cacciatore di prim'ordine.”

E, aggiunge Diotima, Eros intrattiene un rapporto essenziale con la conoscenza, è sempre curioso di apprendere, “desidera il sapere e sa trovare le strade per arrivare dove vuole, e così impiega nella filosofia tutto il tempo della sua vita” [203e]; non è sapiente né ignorante, infatti

“chiunque possenga davvero il sapere, [...] ma anche chi è del tutto ignorante non si occupa di filosofia e non desidera affatto il sapere. [...] Non si desidera qualcosa se non si sente la sua mancanza.”

Come Eros, dunque, l'amore di conoscenza non ha la pienezza come proprio attributo, e non si può assimilare alla sapienza stessa, perché è piuttosto ciò che scaturisce dal desiderio di apprendere ciò che non si sa. Lo stesso desiderio muove Socrate in questo passo del *Simposio*, in cui il filosofo veste i panni inconsueti di allievo stimolato alla conoscenza. La situazione presentata è paradossale, se si pensa all'architettura classica dei dialoghi platonici: qui Socrate, riconosciuto fino a quel momento come il maestro comune dei filosofi che discorrono in convivio, diventa discente e riporta le parole di colei che riconosce come guida sulle cose d'amore, senza celare ai propri interlocutori lo stupore e la fatica di comprendere certe tesi della donna. “Se sapessi [quello che dici] non mi meraviglierei così (*ethaumazon*) davanti al tuo sapere e non verrei da te per imparare quel che sai (*mathesomenos*)” [206b], dice Socrate a Diotima, manifestando qualcosa di più che la semplice e passiva ammirazione; la sua è una reazione con un risvolto attivo, piuttosto, come la meraviglia, che induce alla ricerca, che “non ha nulla di estetico, ma è un atteggiamento puramente teoretico, cioè conoscitivo, che è semplice desiderio di sapere” [Be, p. VIII]. Di nuovo, qui Socrate è *erastes*, acceso di desiderio verso la conoscenza, sulla quale mantiene però la *docta ignorantia*, consapevole dell'impossibilità di possederla completamente.

Nel corso della sua esposizione, la donna straniera esplora l'amore da diversi punti di vista, e lo definisce in vari modi, valorizzandone la molteplicità di sfaccettature: “l'amore ha molte forme, ma noi prendiamo una sola di queste forme e le diamo il nome generico di amore, come se fosse l'unica” [205b]. Sintomaticamente, in uno dei più densi dialoghi del filosofo dell'universale per eccellenza, l'esaltazione della polisemia dell'amore contro la *reductio ad unum* della definizione è affidata a una donna. L'attitudine femminile alla cura della pluralità, opposta alla tendenza alla concettualizzazione tradizionalmente propria della filosofia, e dunque del genere

maschile, di cui la disciplina è appannaggio esclusivo, affiora anche nella speculazione platonica. Per Diotima “amare è sia per il corpo che per l’anima, creare nella bellezza” [206b], nel duplice senso di generare prole e di favorire lo sviluppo di anime luminose. Amare significa infatti proiettarsi nell’immortalità e ciò può realizzarsi [Pl3, 209c]

“quando un uomo fecondo nel suo spirito [...] incontra un’anima bella e generosa e sensibile, allora le dà tutto il suo cuore: davanti a lei saprà trovare le parole giuste per esprimere la sua forza interiore, per esaltare i doveri e le azioni di un uomo che vale: così potrà guidarla educandola.”

La conseguenza è che “potrà venire alla luce quanto di meglio portava in sé da tempo: in questo senso la sua anima crea, genera nuova vita”. Le parole di Diotima descrivono bene la ricchezza del processo educativo, inscritto nell’orizzonte del desiderio e non a caso citato nella discussione sull’amore: come l’amore, non suscettibile di esplicitazione totale e via privilegiata all’autotrascendimento sia per l’allievo, sia per il pedagogo, che secondo un doppio movimento evolvono da se stessi e dalla loro reciproca relazione transitando in altro, come in un appassionante passo a due.

8. Il tema dell’unicità

La “fusione di orizzonti” del docente e del discente connaturata a ogni relazione di insegnamento-apprendimento mette in campo un ulteriore aspetto su cui qualsiasi riflessione sulla didattica non può fare a meno di soffermarsi: la tematica dell’unicità. Il carattere di evento dell’incontro fra maestro e allievo, l’impossibilità del determinismo nella progettazione didattica e della prevedibilità dell’esito di un insegnamento, l’appropriazione del sapere che ogni alunno, in maniera del tutto soggettiva, realizza nell’apprendimento, fanno venire in chiaro la funzione fondamentale delle personalità in gioco e delle loro peculiarità singolari e irripetibili: nulla è riducibile a meri protocolli nella didattica e le dinamiche che si innescano sfuggono a qualsiasi omologazione, proprio a causa della multiformità degli attori che le realizzano. Il sé del maestro e dell’allievo restano i protagonisti indiscussi dell’insegnamento-apprendimento e il loro confronto avviene nel momento dell’ora di lezione.

In un tempo in cui l’educazione è spaesata e marginalizzata, vittima dei tagli imposti dall’economia, abbandonata alle mode politiche del momento e flagellata da slogan che la banalizzano in modo indegno, sostiene ancora Massimo Recalcati, “ciò che resta della Scuola, nel tempo della sua evaporazione, è la bellezza dell’ora di lezione” [Re, p. 5]. In quel tempo sospeso dalla realtà frenetica, in quello spazio protetto e sicuro che è la scuola, l’incontro fra maestro e allievo può generare un miracolo.

Oggi che per qualsiasi compito si guarda con favore alla sostituibilità dell'uomo con macchine, al risparmio di risorse umane e il mondo si orienta verso l'uniformizzazione e i processi di massa, perché economicamente più convenienti, il compito educativo rischia di essere completamente devoluto ai computer, alla tecnologia, o nella migliore delle ipotesi a corsi a distanza da riutilizzare e riciclare sempre uguali a se stessi, senza la necessità di impiegare (e pagare) ogni anno gli insegnanti. Se ci sentiamo naturalmente ostili a questa prospettiva è solo per una nostalgica affezione al passato, oppure c'è ancora qualche ragione per preservare l'*hic et nunc* dell'ora di lezione?

Come sappiamo, Socrate, il maestro, non scriveva. Nei suoi discorsi il gesto e la disposizione verso i discepoli erano ingredienti fondamentali per l'esito psicagogico degli incontri. Egli costruiva la conoscenza assieme ai suoi interlocutori, nel dialogo, nel convinto rifiuto dell'idea di "una verità separabile da chi la enuncia e dall'istante in cui viene enunciata" [He, p. 16]. Platone stesso, generalmente molto più incline all'universalità dei concetti che all'individualità dei personaggi che li espongono, riconosce che i *logoi* di Socrate vibrano di una forza tutta particolare. L'arma vincente di colui che è stato anche il suo mentore è la vis comunicativa, il proprio rapporto con il sapere, il bene e la virtù, insomma qualcosa di non completamente comunicabile, ma che fluisce con straordinaria naturalezza dalla personalità carismatica del maestro alle menti incantate dei discepoli. A conferma di ciò nel *Simposio* Alcibiade, allievo di Socrate come lo stesso Platone, descrive il maestro con queste parole: "quando ascoltiamo un altro oratore, il suo discorso non interessa quasi nessuno. Ma ascoltando te, [...] tutti, ma proprio tutti, uomini, donne, ragazzi, siamo colpiti al cuore: qualcosa che non ci fa star tranquilli si impadronisce di noi" [Pl3, 215d]. Una sorta di *mania*, di forza incontrollabile viene generata dall'ascolto delle parole di Socrate, il maestro è come una torpedine che paralizza e incanta l'interlocutore e il suo insegnamento assomiglia al morso di una vipera⁷.

La potenza trascinate dell'insegnamento socratico induce, sempre nel *Simposio*, un paragone che suona anomalo, se si pensa alla venerazione platonica per Socrate, alla tradizionale compostezza focalizzata sul *logos* che caratterizza il filosofo dell'Accademia e al mai celato timore verso la forza dionisiaca destabilizzante della musica e dell'epica. Socrate viene assimilato alle statuette del satiro Marsia, figura per metà uomo e per metà animale, chiaro simbolo dell'*alogos* e del dionisiaco. Secondo il mito Marsia era un abile suonatore di flauto, che sfidò Apollo e la sua cetra in una

⁷ Cfr. [Pl1, 80a] e [Pl3, 218 a].

sorta di *certamen* musicale; sconfitto, il satiro fu punito per la sua tracotanza e venne scorticato vivo. Dice Alcibiade [Pl3, 216a-c]:

Socrate è in tutto simile a quelle statuette dei sileni che si vedono nelle botteghe degli scultori, con in mano zampogne e flauti. Se si aprono, dentro si vede che c'è la statua di un dio. E aggiungo che ha tutta l'aria di Marsia, il satiro [...] Ma, si dirà, Socrate è forse un suonatore di flauto? Sì, e ben più bravo di Marsia. [...] Tu, Socrate, sei diverso da Marsia solo in questo, che non hai affatto bisogno di strumenti musicali per ottenere gli stessi risultati: ti bastano le parole.

Evidentemente, la forza persuasiva di Socrate non risiede tanto nei contenuti dei discorsi, quanto piuttosto nella sua capacità personale di condurre le menti, di colpire, di convincere. La voce, tratto distintivo della singolarità incarnata del maestro, è elemento decisivo non solo in quanto parola pronunciata e rigorosamente non scritta, ma anche in quanto musicalità, in quanto *phone semantike*⁸. Come ricorda Adriana Cavarero, il suono della parola è “la semplice verità dell’autorivelazione vocalica dell’esistenza, che può prescindere da ogni interferenza del semantico” [Cv, p. 10]. La filosofia greca, secondo Cavarero, in particolar modo con Platone, dimentica la corporeità del *logos* che si manifesta nella voce, ed esclude pressoché costantemente chi parla dall’aspetto rilevante del discorso, che è la semantica: insomma, quello che conta è ciò che si dice, indipendentemente da chi lo dice e dal modo di dirlo. Ma il passo citato del *Simposio* costituisce una fulgida eccezione a questa generale tendenza della speculazione greca: la voce e la potenza comunicativa che risiede nel fonico piuttosto che nel semantico sono qui fortemente valorizzate, sia nella descrizione che Alcibiade fa di Socrate, sia nella similitudine fra il maestro e il satiro Marsia. Ciò sembra proprio riconducibile all’essenzialità del modo di comunicare del maestro che si manifesta in ogni rapporto fra docente e discente.

In ogni ben riuscito processo di insegnamento-apprendimento, in effetti, la personalità, il gusto, lo stile, la conoscenza tacita del docente che invariabilmente emergono nel modo in cui egli insegna, sono fattori imprescindibili. Ogni maestro è unico e prezioso proprio in quanto individualità singolare carica di esperienze. Come ricorda Camus, “non ci si congratula con un maestro elementare per insegnare che due più due fa quattro. Forse ci si congratula per il mestiere che ha scelto” [Ca, p. 102].

Un insegnante è una guida, una luce che nel percorso di una vita può compiere, anche senza saperlo, l’impresa miracolosa di incanalare le attitudini, le inclinazioni e le aspettative degli allievi. Un insegnante è colui che conduce fuori dal proprio guscio il discepolo, accendendolo del desiderio di sapere, gli indica la via e ma al tempo

⁸ Espressione usata da Aristotele nella Poetica 1457a per definire il *logos*. Alla lettera, significa “voce significante”.

stesso colui che provoca alla critica, alla deviazione dalla strada tracciata, al deragliamento. Un bravo insegnante è un fiume, una strada, ma anche un compagno di viaggio, capace, nel momento opportuno, di lasciarti andare. Qualcuno, insomma, come il “qualcuno” che descrive Alessandro Baricco in *Oceano Mare* [Ba, pp. 51-52]:

sarebbe bello se, per ogni mare che ci aspetta, ci fosse un fiume, per noi. E qualcuno - un padre, un amore, qualcuno - capace di prenderci per mano e di trovare quel fiume - immaginarlo, inventarlo - e sulla sua corrente posarci, con la leggerezza di una sola parola, addio. Questo, davvero, sarebbe meraviglioso. Sarebbe dolce, la vita, qualunque vita. E le cose non farebbero male, ma si avvicinerebbero portate dalla corrente, si potrebbe prima sfiorarle e poi toccarle e solo alla fine farsi toccare. Farsi ferire, anche. Morirne. Non importa. Ma tutto sarebbe, finalmente, umano. Basterebbe la fantasia di qualcuno - un padre, un amore, qualcuno. Lui saprebbe inventarla una strada, qui, in mezzo a questo silenzio, in questa terra che non vuole parlare. Strada clemente, e bella. Una strada da qui al mare.

Riferimenti bibliografici

[Ba] A. Baricco, *Oceano mare*, Rizzoli, Milano (1996)

[Be] E. Berti, *In principio fu la meraviglia. Le grandi questioni della filosofia antica*, Laterza, Roma-Bari (2007)

[Ca] A. Camus, *La peste*, Bompiani, Milano (1996)

[Ct1] E. Cattanei, *Due geometrie per il Menone*, in *Gorgias – Menon, Selected papers from the seventh symposium Platonicum* (a cura di M. Erler e L. Brisson), Academia Verlag (2007), pp. 248-252

[Ct2] E. Cattanei, *Arithmos nel “Teeteto”, nel “Sofista” e nel “Politico” di Platone*, in *Formal structures of Plato’s dialogues. “Theaetetus”, “Sophist” and “Statesman”* (a cura di F. L. Lisi, M. Migliori, J. Monserrat-Molas), Academia Verlag 2011, pp. 59-71

[Cu] A. Cusi, *Il linguaggio algebrico come strumento per dimostrare: l’interazione insegnante-allievo per uno sviluppo di nuove consapevolezze*, *L’insegnamento della matematica e delle scienze integrate* **32** A-B (6) (2009), pp. 819-840

[Cv] A. Cavarero, *A più voci*, Feltrinelli, Milano (2003)

[En] F. Enriques, *Insegnamento dinamico*, *Periodico di Matematiche*, IV, 1 (1921), pp. 6-16

- [Ga] H. G. Gadamer, *Verità e metodo*, Mondolibri, Milano (1983)
- [GMR] L. Giannandrea, P. Magnoler, P. G. Rossi, *Mediazione, dispositivi ed eterotopia. Dal situated-learning al post-costruttivismo*, Education Science and Society, Armando, Roma **1** (2010), pp. 101-106
- [GS] L. Grugnetti, F. Speranza, *Riflessioni sul problema Storia e Didattica della matematica*, Riv. Mat. Univ. Parma (**6**) 3 (2000), pp. 71-77
- [He] J. Hersch, *Storia della filosofia come stupore*, Mondadori, Milano (2002)
- [Ma1] N. A. Malara, *Aspetti relazionali dell'aritmetica e avvio al pensiero algebrico*, in *Matematica e scuola: facciamo il punto*, Franco Angeli (2001), pp. 21-31
- [Ma2] N. A. Malara, *Formazione degli insegnanti per un approccio socio-costruttivo all'early algebra: studio di un caso*, in M. T. Borgato (a cura di), *Didattica e insegnamento della Matematica. Esperienze e Proposte* (2013), pp. 37-56
- [Ma3] N. A. Malara, *Studi circa la formazione e lo sviluppo professionale degli insegnanti*, *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate* **35** A-B (3) (2012), pp. 255 – 294
- [Na] I: M. Napolitano Valditara, *Meraviglia, perplessità, aporia: cognizioni ed emozioni alle radici della ricerca filosofica*, *Thaumazein* **2** (2014), pp. 127-178
- [P11] Platone, *Menone*, Laterza, Roma-Bari (2011)
- [P12] Platone, *Repubblica*, Newton, Roma (1997)
- [P13] Platone, *Simposio*, Laterza, Roma-Bari (2013)
- [P14] Platone, *Teeteto*, BUR, Milano (2013)
- [Re] M. Recalcati, *L'ora di lezione*, Einaudi, Torino (2014)
- [Se] M. Serres, *Le origini della geometria*, Feltrinelli, Milano (1993)
- [To] I. Toth, *Lo schiavo di Menone*, Vita e pensiero (1998)
- [TT] A. I. Telloni e C. Toffalori, *Lezioni di matematica*, *La Matematica nella Società e nella Cultura*, *Rivista dell'Unione Matematica Italiana*, Serie I, Vol. VII, Aprile 2014
- [Ze] P. Zellini, *Numero e logos*, Adelphi, Milano (2010)

Agnese Ilaria Telloni

Dipartimento di Scienze Matematiche e Ingegneria Industriale

Via Brezze Bianche – Ancona

telloni@dipmat.univpm.it