

Cognome:
Corso di Laurea:

Nome:

Prova scritta di Geometria

21 Gennaio 2012

1) Nel piano euclideo reale E_2 siano dati i punti $P \equiv (3, 2)$, $Q \equiv (-1, 3)$ e la retta $r) 5x - 4y + 3 = 0$. Si determinino:

- a) le equazioni cartesiane e parametriche della retta s passante per P e Q ;
- b) l'equazione cartesiana della retta t passante per P e parallela a r ;
- c) l'equazione parametrica della retta v passante per Q e perpendicolare a r ;
- d) la distanza euclidea di P da r .

Infine, si definisca il concetto di *giacitura* di una retta.

2) Nello spazio vettoriale R^4 sul campo dei numeri reali, si considerino i vettori $\mathbf{a} = (1, -1, 0, 1)$, $\mathbf{b} = (1, 1, 1, 0)$ e $\mathbf{c} = (1, 3, 2, -1)$ e sia $W = \text{Span}\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$. Dopo aver dato la definizione di sottospazio vettoriale generato da un insieme di vettori, determinare la dimensione, una base e le equazioni di W . Estendere la base trovata ad una base di $\mathbb{R}^4$.

3) Sia $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da $\varphi(x, y, z) = (3x - y, x, 2x + z)$.

- a) Si scriva la matrice associata a φ rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.
- b) Si determinino $\text{Ker}(\varphi)$ e $\text{Im}(\varphi)$, la loro dimensione ed una base per tali spazi.
- c) Si dica se φ è iniettiva, suriettiva o biunivoca.
- d) Si dica se $(3, 21, 5)$ appartiene a $\text{Im}(\varphi)$.

4) Nello spazio euclideo E_3 si consideri la retta $r) x = y = z$. Dopo aver definito che cos'è un *fascio proprio di piani*, determinare:

- a) il piano α contenente r e parallelo al piano di equazione $2x - 3y + z = 8$;
- b) il piano β contenente r e parallelo alla retta s di equazioni

$$\begin{cases} x = y + 2z \\ y - 2z = 3; \end{cases}$$

- c) la distanza fra β e s .

Autorizzazione Il sottoscritto,
ai sensi della vigente legge sulla privacy, autorizza la pubblicazione dell'esito
di questa prova nel sito internet dell'Università Politecnica delle Marche.
Firma.....