**Cognome**: **Nome**:
**Corso di Laurea**:

## Prova scritta di Geometria

15 Febbraio 2012

**1)** Nel piano euclideo reale $E_2$ siano dati i punti $O \equiv (0,0)$, $B \equiv (1,2)$, $C \equiv (6,0)$; si determini il punto $D$ che forma con i tre punti precedenti un paralleogramma. Quanto vale l'area del parallelogramma $ABCD$? Come puó essere interpretata? Detto $\theta$ l'angolo formato da $OA$ e $OB$, quanto vale $\sin(\theta)$? Detta $r$ la retta passante per i punti $A$ e $C$, determinare la retta $s$ perpendicolare a $r$ e passante per il punto medio di $\overline{AC}$. Infine, trovare l'equazione della circonferenza avente $\overline{AC}$ come diametro.

**2)** Data la matrice $A = \begin{pmatrix} h & 1 & 2-h \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & h \end{pmatrix}$, discutere la lineare indipendenza delle righe di $A$ al variare del parametro $h \in \mathbb{R}$; determinare il rango di $A$ al variare di $h$; dire, giustificando la risposta, se esistono valori di $h$ per i quali il sistema lineare avente $A$ come matrice dei coefficienti e $b = (1,-1,0)$ come vettore dei termini noti ammette un'unica soluzione; definire il concetto di matrice invertibile; dire per quali valori di $h$ la matrice $A$ risulta invertibile.

**3)** Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ -2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, definire che cos'é la matrice trasposta e determinare ${}^tA$, determinare la matrice $A - 2BA$ e stabilire se $A$ é diagonalizzabile per similitudine. Sia $D$ la matrice ottenuta da $B$ aggiungendo il vettore colonna $(3,-2,2)$; $D$ puó essere la matrice associata ad una applicazione lineare? E a un endomorfismo? Giustificare le risposte.

**4)** Nello spazio euclideo $E_3$, dati i punti $A = (1,1,-2)$ e $B = (-1,3,0)$ e il vettore $\overline{u} = \overline{e_1} - \overline{e_2} + \overline{e_3}$, determinare il prodotto scalare $\overline{AB} \bullet \bar{u}$ e il prodotto vettoriale $\overline{AB} \times \bar{u}$; trovare le equazioni parametriche e cartesiane della retta $r$ congiungente $A$ e $B$; trovare le equazioni parametriche e cartesiane della retta $s$ passante per $A$ e parallela a $\bar{u}$; trovare l'equazione cartesiana del piano $\pi$ passante per l'origine del sistema di riferimento e perpendicolare a $\bar{u}$; cosa si puó dire della posizione reciproca fra $s$ e $\pi$?

**Autorizzazione** Il sottoscritto .....,
ai sensi della vigente legge sulla privacy, autorizza la pubblicazione dell'esito di questa prova nel sito internet dell'Università Politecnica delle Marche.
Firma.....