

Cognome:
Corso di Laurea:

Nome:

Prova scritta di Geometria

28 Febbraio 2013

1) Nel piano euclideo reale E_2 siano dati i punti $A \equiv (3, -2)$ e le rette $r) 5x - 4y + 3 = 0$ e $s) \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -t \end{cases}, t \in \mathbf{R}$. Si determinino l'equazione cartesiana di s e l'equazione parametrica della retta r ; le equazioni parametriche e cartesiana della retta u incidente r e s e passante per A ; l'equazione parametrica della retta v passante per A e perpendicolare a r ; la distanza euclidea di A da r . Si definisca infine il *vettore direttore* di una retta.

2) Nello spazio vettoriale \mathbb{R}^4 sul campo dei numeri reali, si considerino i vettori $\mathbf{a} = (2, -1, 0, 1)$, $\mathbf{b} = (1, 3, -1, 0)$, $\mathbf{c} = (1, 3, 2, -1)$, $\mathbf{d} = (1, -4, 1, 1)$ e $\mathbf{e} = (2, 6, 1, -1)$ e sia $W = \text{Span}\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$. Dopo aver dato la definizione di lineare indipendenza fra vettori, determinare la dimensione, una base e le equazioni di W . Estendere la base trovata ad una base di \mathbb{R}^4 .

3) Sia $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo associato alla matrice $A \begin{pmatrix} 2 & 0 & 10 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ rispetto alla base canonica. Si determinino le equazioni di φ , la dimensione di $\text{Ker}(\varphi)$ e di $\text{Im}(\varphi)$. Si dica se A é diagonalizzabile e si determini, se esiste, la matrice regolare che realizza la diagonalizzazione. Infine, si definisca il concetto di *similitudine* fra matrici.

4) Nello spazio euclideo E_3 siano $r) \begin{cases} x + y + kz = 1 \\ x + ky + z = -2 \end{cases}$ e $s) \begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky = 1 \end{cases}$. Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ r e s rappresentano delle rette? Discutere la posizione reciproca di r e s , al variare di k . Calcolare la distanza fra r e s per $k = 0$. Determinare il piano passante per $A = (1, 0, 0)$ e perpendicolare alla retta r , per $k = 2$.

Autorizzazione Il sottoscritto,
ai sensi della vigente legge sulla privacy, autorizza la pubblicazione dell'esito
di questa prova nel sito internet dell'Università Politecnica delle Marche.
Firma.....