Cognome: **Nome**:
Corso di Laurea:

Prova scritta di Geometria

18 Settembre 2013

1) Nel piano euclideo reale E_2 siano dati i punti $A \equiv (1,0)$, $B \equiv (2,1)$, e la retta $r)x - y + 2 = 0$. Si determinino le coordinate del punto $C \in r$ in modo che il triangolo ABC sia isoscele sulla base AB. Si calcoli l'area del triangolo ABC trovato. Si scrivano le equazioni parametriche e l'equazione cartesiana dell'asse del segmento AB. Si determini la distanza del punto $D = (4,-2)$ dalla retta passante per A e B.

2) Siano $U = \text{Span}\{\mathbf{u_1} = (\mathbf{1},-\mathbf{1},\mathbf{2}), \mathbf{u_2} = (\mathbf{1},\mathbf{0},\mathbf{2}), \mathbf{u_3} = (\mathbf{2},-\mathbf{3},\mathbf{4})\}$ e $W = \text{Span}\{\mathbf{w_1} = (\mathbf{0},\mathbf{1},\mathbf{0}), \mathbf{w_2} = (\mathbf{1},\mathbf{0},\mathbf{1})\}$. Determinare una base, la dimensione e le equazioni cartesiane per ciascuno degli spazi U e W. Determinare la dimensione ed una base dello spazio intersezione $U \cap W$. Dire se $\mathbf{v} = (\mathbf{2},\mathbf{1},\mathbf{0})$ appartiene a $\mathbf{W}$.

3) Dato l'endomorfismo $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definito da $\phi(x,y,z) = (2x + z, -y + 3z, x + 3y + 9z)$, stabilire se ϕ è un isomorfismo, determinare il nucleo e l'immagine di ϕ, la dimensione ed una base per ciascuno di questi spazi. Determinare la matrice A associata a ϕ rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ nello spazio d'arrivo e nello spazio di partenza e la matrice B associata a ϕ rispetto alla base $\mathcal{B} = ((1,0,1),(0,0,1),(0,1,0))$ dello spazio di partenza e alla base canonica dello spazio d'arrivo.

4) Nello spazio euclideo E_3 siano dati la retta $r)\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + 2y - z = 0 \end{cases}$, il punto $A = (1,0,-2)$ e il piano $\alpha)x + 2y - z = 1$. Determinare le equazioni della retta s parallela a r e passante per A. Determinare l'equazione cartesiana del piano β contenente A e r. Detti $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ rispettivamente unl vettore direttore di r e un vettore direttore di α, calcolare il prodotto scalare e il prodotto vettoriale fra u e v. Illustrare quali posizioni reciproche possono assumere due piani nello spazio e stabilire la posizione reciproca fra i piani α e β.

Autorizzazione Il sottoscritto ....., ai sensi della vigente legge sulla privacy, autorizza la pubblicazione dell'esito di questa prova nel sito internet dell'Università Politecnica delle Marche. Firma.....