

**C. d. L. in Ingegneria Biomedica**  
**Esame di Analisi 2 - 28/09/2013 - FILA B**

**Nome e cognome:**

**Matricola:**

**E-mail:**

Nel seguente esame dovrete risolvere 5 esercizi.

L'esercizio 1 vale **8 punti**; gli esercizi 2 e 5 valgono **7 punti**; gli esercizi 3 e 4 valgono **6 punti**.

Il massimo punteggio ottenibile nella prova è perciò **34 punti**.

Ricordatevi di **motivare** i passaggi effettuati nel modo più chiaro possibile.

Per lo svolgimento dell'esame avete **3 ore e 30 minuti**.

In caso di superamento dello scritto, voglio sostenere l'orale in data

2 ottobre       21-22 ottobre       28-29 gennaio\*

\* data soggetta a variazioni

Io sottoscritto /a \_\_\_\_\_,

ai sensi della vigente normativa sulla privacy, autorizzo la pubblicazione dei risultati di questa prova sulla pagina web del docente, e l'affissione in Dipartimento.

Firma

1) È data la funzione

$$f(x, y) = -2|xy| - (x - y)^2.$$

- a- Studiare continuità, derivabilità (solo gradiente) e differenziabilità di  $f(x, y)$  in tutto  $\mathbb{R}^2$ .
- b- Determinare massimi e minimi assoluti di  $f(x, y)$  sul rettangolo  $R = [1, 3] \times [1, 2]$ .
- c- Determinare il massimo assoluto di  $f(x, y)$  su tutto  $\mathbb{R}^2$ . La funzione ha minimo assoluto su tutto  $\mathbb{R}^2$ ? Motivare la risposta.

2) a- Scrivere l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 5y' + 6y = 36x + 2e^{3x}.$$

b- Calcolare, per ogni soluzione  $y(x)$ ,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{y(x)}{x}.$$

c- Esiste  $\alpha \geq 0$  tale che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{x^\alpha} = 0?$$

Motivare la risposta.

3) È data nel piano la curva  $\gamma$  di equazione polare

$$\rho = \theta \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \quad \theta \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right].$$

- a- Esibire un punto per cui passa la curva. Dire se la curva passa per i punti  $(0, \pi/2), (\pi/2, 0)$  e  $(2, 2)$  del piano cartesiano  $Oxy$ .
- b- Provare che  $\gamma$  è regolare e semplice.
- c- Calcolare il lavoro del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = (4(x + y) + \sin x, 4(x + y) + \cos y)$$

lungo  $\gamma$ .

4) Calcolare

$$\iint_S \frac{z + y^2}{\sqrt{1 + 4(x^2 + y^2)}} dS,$$

dove  $S$  è la porzione di grafico della funzione  $z = x^2 - y^2$  per  $(x, y)$  appartenente a

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 4y^2 \leq 4\}.$$

5) Calcolare

$$\iiint_E 2xy \, dx dy dz,$$

ove

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y \geq 0, 4y^2 + z^2 \leq 4, 1 \leq x \leq \sqrt{2z}\}.$$