

C. d. L. in Ingegneria Biomedica
Esame di Analisi 2 - 28/09/2013 - FILA A

Nome e cognome:

Matricola:

E-mail:

Nel seguente esame dovrete risolvere 5 esercizi.

L'esercizio 1 vale **8 punti**; gli esercizi 2 e 5 valgono **7 punti**; gli esercizi 3 e 4 valgono **6 punti**.

Il massimo punteggio ottenibile nella prova è perciò **34 punti**.

Ricordatevi di **motivare** i passaggi effettuati nel modo più chiaro possibile.

Per lo svolgimento dell'esame avete **3 ore e 30 minuti**.

In caso di superamento dello scritto, voglio sostenere l'orale in data

2 ottobre 21-22 ottobre 28-29 gennaio*

* data soggetta a variazioni

Io sottoscritto /a

ai sensi della vigente normativa sulla privacy, autorizzo la pubblicazione dei risultati di questa prova sulla pagina web del docente, e l'affissione in Dipartimento.

Firma

1) È data la funzione

$$f(x, y) = 2|xy| + (x - y)^2.$$

a- Studiare continuità, derivabilità (solo gradiente) e differenziabilità di $f(x, y)$ in tutto \mathbb{R}^2 .

b- Determinare massimi e minimi assoluti di $f(x, y)$ sul rettangolo $R = [1, 3] \times [1, 2]$.

c- Determinare il minimo assoluto di $f(x, y)$ su tutto \mathbb{R}^2 . La funzione ha massimo assoluto su tutto \mathbb{R}^2 ? Motivare la risposta.

2) a- Scrivere l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 5y' + 6y = 18x + e^{3x}.$$

b- Calcolare, per ogni soluzione $y(x)$,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{y(x)}{x}.$$

c- Esiste $\alpha \geq 0$ tale che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{x^\alpha} = 0?$$

Motivare la risposta.

3) È data nel piano la curva γ di equazione polare

$$\rho = \theta \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \quad \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right].$$

a- Esibire un punto per cui passa la curva. Dire se la curva passa per i punti $(0, \pi/2), (\pi/2, 0)$ e $(1, 1)$ del piano cartesiano Oxy .

b- Provare che γ è regolare e semplice.

c- Calcolare il lavoro del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = (2(x + y) + e^x, 2(x + y) + e^y)$$

lungo γ .

4) Calcolare

$$\iint_S \frac{2z + 2y^2}{\sqrt{1 + 4(x^2 + y^2)}} dS,$$

dove S è la porzione di grafico della funzione $z = x^2 - y^2$ per (x, y) appartenente a

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 4y^2 \leq 4\}.$$

5) Calcolare

$$\iiint_E xz \, dx \, dy \, dz,$$

ove

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \geq 0, 4x^2 + y^2 \leq 4, 1 \leq z \leq \sqrt{2y}\}.$$