

C. d. L. in Ingegneria Biomedica
Esame di Analisi 2 - 19/10/2013 - FILA B

Nome e cognome:

Matricola:

E-mail:

Nel seguente esame dovrete risolvere 5 esercizi.

Gli esercizi 1, 2, 3 e 5 valgono **7 punti**; l'esercizio 4 vale **6 punti**.

Il massimo punteggio ottenibile nella prova è perciò **34 punti**.

Ricordatevi di **motivare** i passaggi effettuati nel modo più chiaro possibile.

Per lo svolgimento dell'esame avete **3 ore e 30 minuti**.

In caso di superamento dello scritto, voglio sostenere l'orale in data

21-22 ottobre

gennaio

Io sottoscritto /a

ai sensi della vigente normativa sulla privacy, autorizzo la pubblicazione dei risultati di questa prova sulla pagina web del docente, e l'affissione in Dipartimento.

Firma

1) È data, al variare di $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$, la funzione

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{x^n + y^n}}{x^4 + y^4}.$$

- a- Determinare, per ogni $n \in \mathbb{N}$, il dominio di $f(x, y)$.
- b- Determinare per quali $n \in \mathbb{N}$ la funzione $f(x, y)$ è prolungabile per continuità in $(0, 0)$ mediante la posizione $f(0, 0) = 0$.
Scelto, se esiste, $n \in \mathbb{N}$ per cui ciò **non** sia verificato, mostrare esplicitamente (eventualmente mediante restrizione ad opportune rette/curve) che anche ponendo $f(0, 0) = 0$ non si ottiene una funzione continua nell'origine.
- c- Posto $n = 4$, dire se esiste - e, in caso affermativo, calcolare - la derivata di f in direzione $\mathbf{v} = (1/2, \sqrt{3}/2)$ nel punto $P(1, 0)$ e scrivere - se possibile - l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y)$ in P .
- d- Posto $n = 8$, dire se $f(x, y)$ è differenziabile in $(0, 0)$.

2) a- Determinare $g(x)$ affinché $y(x) = 1 + \sin 4x$ sia una soluzione particolare dell'equazione differenziale

$$y'' + 4y = g(x).$$

b- Una volta esplicitata $g(x)$, determinare poi l'integrale generale dell'equazione

$$\mathcal{E} : \quad y'' + 4y = g(x) + (e^x + 1) \cos 2x.$$

c- Esiste una soluzione $y(x)$ di \mathcal{E} tale che $y(0) = y(\pi) = 0$?

3) E' data la curva γ avente parametrizzazione $\varphi : [-\pi/4, \pi/4] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da

$$\varphi(t) = (\log(\cos^2 t), \tan t, t^4).$$

- a- Dire se la curva è regolare, semplice, chiusa e mostrare che ha lunghezza $l \geq \pi/2$.
- b- Calcolare il lavoro del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (e^x + e^x y, e^x z + e^x y, e^{x/2} y)$$

lungo γ .

4) Calcolare il flusso del campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (y + y^3 z) \mathbf{i} + (3x^2 y^2 + x^2 z) \mathbf{j} + xy^3 \mathbf{k}$$

uscente dalla sfera unitaria.

5) Calcolare

$$\iint_D \frac{2x^2}{(2+y)^2} dx dy,$$

ove D è la regione limitata di piano sotto la curva

$$y = \frac{1}{|x|},$$

individuata dalle curve $y = 2, y = 2x^2 - 1$.