

C. d. L. in Ingegneria Biomedica
Esame di Analisi 2 - 14/12/2013 - FILA A

Nome e cognome:

Matricola:

E-mail:

Nel seguente esame dovrete risolvere 5 esercizi.

L'esercizio 1 vale **8 punti**; tutti gli altri esercizi valgono ciascuno **6.5 punti**.

Il massimo punteggio ottenibile nella prova è perciò **34** punti.

Ricordatevi di **motivare** i passaggi effettuati nel modo più chiaro possibile.

Per lo svolgimento dell'esame avete **3 ore e 30 minuti**.

In caso di superamento dello scritto, voglio sostenere l'orale in data

16 dicembre

gennaio

Io sottoscritto /a

ai sensi della vigente normativa sulla privacy, autorizzo la pubblicazione dei risultati di questa prova sulla pagina web del docente, e l'affissione in Dipartimento.

Firma

1) È data la funzione

$$f(x, y) = \sinh(x^2 + |y|^3 - xy).$$

- a- Determinare dove, in \mathbb{R}^2 , tale funzione è continua, derivabile e differenziabile.
- b- Spiegare perché è possibile ricondurre la ricerca dei massimi e dei minimi relativi di $f(x, y)$ alla ricerca dei massimi e dei minimi relativi di

$$g(x, y) = x^2 + |y|^3 - xy.$$

- c- Trovare i punti critici di $g(x, y)$ (e i corrispondenti valori critici) e determinarne la natura.

2) a- Calcolare la trasformata di Laplace della funzione $f(x) \equiv 1$.

- b- Risolvere, mediante la trasformata di Laplace, il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' - 2y' + y = 1 - 2e^{-t} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \\ y''(0) = -1. \end{cases}$$

- c- Provare esplicitamente che la soluzione trovata risolve il problema di Cauchy.

3) a- Determinare $w > 0$ affinché la lunghezza della curva piana

$$\gamma : \begin{cases} y = \sqrt{x^3} \\ x \in [1/4, w] \end{cases}$$

sia pari a $97/8$.

- b- Dire se è possibile calcolare il lavoro del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{1}{x + y^2}, \frac{-2x}{y(x + y^2)} \right)$$

lungo la curva γ (ove si è sostituito il valore di w trovato al punto precedente) e, in caso affermativo, calcolarlo.

4) È data, nel piano Oxz , la curva Γ con parametrizzazione $\varphi(t) = (\sin t^2, \tan t^2)$, $t \in [0, \pi/4]$.

- a- Dire se tale curva è semplice, regolare, chiusa e mostrare che non è parametrizzata mediante ascissa curvilinea.
- b- Calcolare il flusso del campo vettoriale

$$\mathbf{G}(x, y, z) = (y, -x, z)$$

attraverso la superficie generata dalla rotazione di un angolo 2π compiuta da Γ' , definita allo stesso modo di Γ ma per $t \in [1/4, \pi/4]$, attorno all'asse z .

5) Calcolare

$$\iiint_A \frac{1}{y+1} dx dy dz,$$

ove

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + z^2 \leq y \leq 9 - 2(x^2 + z^2)\}.$$