

Registro delle Lezioni di Analisi Matematica 1 a.a. 2015/2016

SETTIMANA 1:

- **Numeri Reali**: assiomi algebrici e d'ordine, assioma di completezza. Retta reale e funzione ascissa. Valore assoluto.
- Numeri naturali, interi e razionali. L'insieme dei numeri razionali non verifica l'assioma di completezza
- Maggiorante e minorante, insieme superiormente ed inferiormente limitato, massimo e minimo, unicità del massimo (dim)
- Estremo superiore ed inferiore. Teorema di esistenza dell'estremo superiore (dim). Caratterizzazione di estremo superiore e inferiore. Estremo inferiore e superiore infiniti.
- Proprietà Archimedeo (dim). Teorema di densità dei numeri razionali.
- Principio di induzione: identità di Gauss (dim), disuguaglianza di Bernoulli (dim) e somma delle prime n-potenze (dim)

SETTIMANA 2:

- **Numeri Complessi**: forma algebrica e forma polare. Somma e prodotto. Formula di De Moivre e radici n-esime di un numero complesso.
- **Successioni numeriche**: limite di successione. Successioni convergenti. Teorema di unicità del limite (dim).
- Successioni limitate e limitatezza delle successioni convergenti (dim).
- Prodotto di una successione limitata per una infinitesima (dim). Algebra dei limiti finiti (dim. somma).
- Teorema della permanenza del segno (dim) e conseguenze. Teorema del confronto tra limiti finiti (dim).
- Limiti notevoli di seno e coseno (dim).
- Successioni divergenti e regolari. Algebra dei limiti infiniti.

SETTIMANA 3:

- Forme indeterminate. Esempi.
- Successioni monotone. Teorema di regolarità delle successioni monotone (dim).
- Il numero di Nepero e disuguaglianza di Nepero
- Limiti notevoli di esponenziale, logaritmo e potenze ad esponente reale (dim)
- Relazione di asintotico e proprietà. Esempi.
- Criterio del rapporto (dim) e gerarchia degli infiniti (dim). Ordine di infinito.

SETTIMANA 4:

- **Funzioni reali**, dominio, immagine, controimmagine, grafico. **Limite di funzioni**.
- Teorema di caratterizzazione sequenziale del limite di funzioni (dim).
- Algebra dei limiti e forme indeterminate.
- Teorema sul limite delle funzioni composte
- Funzioni asintotiche e proprietà elementari.
- Funzioni trascurabili ("o" piccolo) e proprietà elementari.

SETTIMANA 5:

- Ordine di infinitesimo
- Teoremi della permanenza del segno (dim) e conseguenze. Teorema del confronto tra limiti finiti ed infiniti.
- Funzioni monotone. Funzioni limitate. Estremo superiore ed inferiore. Caratterizzazione del sup e inf.
- Teorema sul limite di funzioni monotone (dim)
- **Funzioni continue**, continuità delle funzioni elementari
- Classificazione delle discontinuità, prolungamento per continuità
- Continuità di somma, prodotto e quoziente di funzioni continue
- Teorema sulla continuità della funzione composta

- Teorema di esistenza degli zeri (dim) e metodo di bisezione.
- Primo Teorema dei valori intermedi (dim)
- Secondo Teorema dei valori intermedi (dim)
- Punti di massimo e di minimo e Teorema di Weierstrass (dim)
- Terzo Teorema dei valori intermedi

SETTIMANA 6:

- Funzioni iniettive. Funzione inversa.
- Funzioni iperboliche e iperboliche inverse.
- Teorema sull'injectivita' delle funzioni continue (dim)
- Teorema sulla continuita' delle funzioni monotone
- Teorema sulla continuita' della funzione inversa (dim)
- **Funzioni derivabili**, interpretazione cinematica e geometrica: rette secanti e retta tangente.
- Derivabilita' delle funzioni elementari (dim)
- Punti angolosi, cuspidi e punti a tangente verticale.

SETTIMANA 7:

- Massimi e minimi relativi, Teorema di Fermat (dim), Teorema di Rolle (dim), Teorema di Lagrange (dim)
- Criterio di monotonia (dim) e Criterio di monotonia stretta.
- Teorema di caratterizzazione delle funzioni costanti (dim)
- Risoluzione di equazioni trascendenti.
- Problemi di ottimizzazione
- Funzioni differenziabili, Teorema del differenziale (dim) e Formula degli incrementi finiti
- Regole di derivazione di somma, prodotto e quoziente di funzioni (dim. prodotto)
- Regola di derivazione della funzione composta (dim) e della funzione inversa (dim)

SETTIMANA 8:

- Funzioni convesse su un intervallo aperto e Primo Criterio di convessita' per funzioni derivabili (dim)
- Derivata seconda e Secondo Criterio di convessita' per funzioni derivabili due volte
- Studi di funzione, asintoti obliqui
- Teorema di De l'Hopital nel caso 0/0 (dim)
- Condizione sufficiente all'esistenza della derivata in un punto (dim)
- Formula di Taylor di ordine n con resto di Peano e di Lagrange.
- Formula di Taylor delle funzioni elementari.
- Applicazioni della formula di Taylor per il calcolo di limiti e dell'ordine di infinitesimo.

SETTIMANA 9:

- **Funzioni integrabili**: partizione, somma integrale superiore e inferiore, integrale superiore e inferiore, funzione integrabile secondo Riemann e integrale di Riemann. Esempi.
- Criterio di integrabilita' (dim)
- Teorema di integrabilita' delle funzioni monotone (dim)
- Teorema di integrabilita' delle funzioni continue
 - Proprieta' di additivita', di linearita' e di monotonia dell'integrale
- Integrale definito e Funzione integrale
- Teorema di continuita' della funzione integrale (dim)

- Teorema della media integrale (dim)
- Teorema fondamentale del calcolo integrale (dim)
- Primitiva di una funzione continua e Teorema di caratterizzazione delle primitive
- Formula fondamentale del calcolo integrale (dim)

SETTIMANA 10:

- Integrale indefinito. Proprietà di linearità dell'integrale indefinito.
- Integrali immediati e integrali riconducibili ad integrali immediati.
- Integrale di funzioni razionali.
- Regola di integrazione per parti. Esempi
- Regola di integrazione per sostituzione. Esempi
- Calcolo di aree e lunghezze
 - [Integrali impropri](#) su intervalli limitati: integrali impropri convergenti e divergenti.
- Criterio del confronto (dim).

SETTIMANA 11:

- Criterio del confronto asintotico (dim. prima affermazione). Esempi
- Teorema sull'assoluta convergenza dell'integrale (dim).
 - Integrali impropri su intervalli illimitati: integrali impropri convergenti e divergenti.
- Criterio del confronto. Teorema sull'assoluta convergenza dell'integrale.
- Condizione necessaria alla convergenza (dim)
- Criterio del confronto asintotico . Esempi.
- Studio di funzioni integrali
- Somme parziali e [serie numeriche](#). Serie convergenti, divergenti e indeterminate.
- Serie geometrica e serie armonica generalizzata.

SETTIMANA 12 e RECUPERO

- Condizione necessaria alla convergenza (dim)
- Serie a termini non negativi: Criterio del confronto integrale (dim)
- Criterio del confronto asintotico. Esempi.
- Criterio del rapporto (dim) e Criterio della radice
- Teorema sulla convergenza assoluta.
- Serie a termini di segno alterno e Criterio di Leibniz (dim)
- [Serie di potenze](#). Teorema di Abel di convergenza in intervalli (dim).
- Raggio di convergenza e proprietà del raggio di convergenza
- Metodo del rapporto di D'Alembert (dim) e metodo della radice di Cauchy-Hadamard.
- Serie derivata e integrata. Teorema di derivazione ed integrazione delle serie di potenze
- Teorema di sviluppabilità in serie di Taylor della somma di una serie di potenze.
- Serie di Taylor e sviluppo in serie di Taylor delle funzioni elementari.