

PROGRAMMA di Analisi Matematica 1 a.a. 2015/2016

Numeri Reali: assiomi algebrici e d'ordine, assioma di completezza. Retta reale e funzione ascissa. Valore assoluto. Numeri naturali, interi e razionali. L'insieme dei numeri razionali non verifica l'assioma di completezza. Maggiorante e minorante, insieme superiormente ed inferiormente limitato, massimo e minimo, unicità del massimo (dim). Estremo superiore ed inferiore. Teorema di esistenza dell'estremo superiore (dim). Caratterizzazione di estremo superiore e inferiore. Estremo inferiore e superiore infiniti. Proprietà Archimedea (dim). Teorema di densità dei numeri razionali. Principio di induzione: identità di Gauss (dim), disuguaglianza di Bernoulli (dim) e somma delle prime n-potenze (dim). **Numeri Complessi:** forma algebrica e forma polare. Somma e prodotto. Formula di De Moivre e radici n-esime di un numero complesso.

Successioni numeriche: limite di successione. Successioni convergenti. Teorema di unicità del limite (dim). Successioni limitate e limitatezza delle successioni convergenti (dim). Prodotto di una successione limitata per una infinitesima (dim). Algebra dei limiti finiti (dim. somma). Teorema della permanenza del segno (dim) e conseguenze. Teorema del confronto tra limiti finiti (dim). Limiti notevoli di seno e coseno (dim). Successioni divergenti e regolari. Algebra dei limiti infiniti. Forme indeterminate. Successioni monotone. Teorema di regolarità delle successioni monotone (dim). Il numero di Nepero e disuguaglianza di Nepero. Limiti notevoli di esponenziale, logaritmo e potenze ad esponente reale (dim). Relazione di asintotico e proprietà. Criterio del rapporto (dim) e gerarchia degli infiniti (dim). Ordine di infinito.

Funzioni reali, dominio, immagine, controimmagine, grafico. **Limite di funzioni.** Teorema di caratterizzazione sequenziale del limite di funzioni (dim). Algebra dei limiti e forme indeterminate. Teorema sul limite delle funzioni composte. Funzioni asintotiche e proprietà elementari. Funzioni trascurabili ("o" piccolo) e proprietà elementari. Ordine di infinitesimo. Teoremi della permanenza del segno (dim) e conseguenze. Teorema del confronto tra limiti finiti ed infiniti. Funzioni monotone. Funzioni limitate. Estremo superiore ed inferiore. Caratterizzazione dell'estremo superiore e inferiore. Teorema sul limite di funzioni monotone (dim).

Funzioni continue, continuità delle funzioni elementari. Classificazione delle discontinuità, prolungamento per continuità. Continuità di somma, prodotto e quoziente di funzioni continue. Teorema sulla continuità della funzione composta. Teorema di esistenza degli zeri (dim) e metodo di bisezione. Primo Teorema dei valori intermedi (dim). Secondo Teorema dei valori intermedi (dim). Punti di massimo e di minimo e Teorema di Weierstrass (dim). Terzo Teorema dei valori intermedi. Funzioni iniettive. Funzione inversa. Funzioni iperboliche e iperboliche inverse. Teorema sull'iniettività delle funzioni continue (dim). Teorema sulla continuità delle funzioni monotone. Teorema sulla continuità della funzione inversa (dim)

Funzioni derivabili, interpretazione cinematica e geometrica: rette secanti e retta tangente. Derivabilità delle funzioni elementari (dim). Punti angolosi, cuspidi e punti a tangente verticale. Massimi e minimi relativi, Teorema di Fermat (dim), Teorema di Rolle (dim), Teorema di Lagrange (dim). Criterio di monotonia (dim) e Criterio di monotonia stretta. Teorema di caratterizzazione delle funzioni costanti (dim). Risoluzione di equazioni trascendenti. Problemi di ottimizzazione. Funzioni differenziabili, Teorema del differenziale (dim) e Formula degli incrementi finiti. Regole di derivazione di somma, prodotto e quoziente di funzioni (dim. prodotto). Regola di derivazione della funzione composta (dim) e della funzione inversa (dim). Funzioni convesse su un intervallo aperto e Primo Criterio di convessità per funzioni derivabili (dim). Derivata seconda e Secondo Criterio di convessità per funzioni derivabili due volte. Studi di funzione, asintoti obliqui. Teorema di De l'Hopital nel caso 0/0 (dim). Condizione sufficiente all'esistenza della derivata in un punto (dim).

Formula di Taylor di ordine n con resto di Peano e di Lagrange. Formula di Taylor delle funzioni elementari. Applicazioni della formula di Taylor per il calcolo di limiti e dell'ordine di infinitesimo.

Funzioni integrabili: partizione, somma integrale superiore e inferiore, integrale superiore e inferiore, funzione integrabile secondo Riemann e integrale di Riemann. Criterio di integrabilit  (dim). Teorema di integrabilit  delle funzioni monotone (dim). Teorema di integrabilit  delle funzioni continue. Propriet  di additivita', di linearita' e di monotonia dell'integrali. Integrale definito e Funzione integrale. Teorema di continuit  della funzione integrale (dim). Teorema della media integrale (dim). Teorema fondamentale del calcolo integrale (dim). Primitiva di una funzione continua e Teorema di caratterizzazione delle primitive. Formula fondamentale del calcolo integrale (dim). Integrale indefinito. Propriet  di linearita' dell'integrale indefinito. Integrali immediati e integrali riconducibili ad integrali immediati. Integrale di funzioni razionali. Regola di integrazione per parti. Regola di integrazione per sostituzione. Calcolo di aree e lunghezze. **Integrali impropri** su intervalli limitati: integrali impropri convergenti e divergenti. Criterio del confronto (dim). Criterio del confronto asintotico (dim. prima affermazione). Teorema sull'assoluta convergenza dell'integrale (dim). Integrali impropri su intervalli illimitati: integrali impropri convergenti e divergenti. Criterio del confronto. Teorema sull'assoluta convergenza dell'integrale. Condizione necessaria alla convergenza (dim). Criterio del confronto asintotico. Studio di funzioni integrali

Somme parziali e **serie numeriche**. Serie convergenti, divergenti e indeterminate. Serie geometrica e serie armonica generalizzata. Condizione necessaria alla convergenza (dim). Serie a termini non negativi: Criterio del confronto integrale (dim). Criterio del confronto asintotico. Criterio del rapporto (dim) e Criterio della radice. Teorema sulla convergenza assoluta. Serie a termini di segno alterno e Criterio di Leibniz (dim). **Serie di potenze**. Teorema di Abel di convergenza in intervalli (dim). Raggio di convergenza e propriet  del raggio di convergenza. Metodo del rapporto di D'Alembert (dim) e metodo della radice di Cauchy-Hadamard. Serie derivata e integrata. Teorema di derivazione ed integrazione delle serie di potenze. Teorema di sviluppabilit  in serie di Taylor della somma di una serie di potenze. Serie di Taylor e sviluppo in serie di Taylor delle funzioni elementari.