Corso di Laurea in Ingegneria Civile ed Ambientale
Prima prova scritta di Analisi Matematica 1 del 10/01/2011 – $\boxed{\text{A}}$

(1) Fornire la definizione di funzione integrabile secondo Riemann e di integrale di Riemann.

(2) Enunciare e dimostrare il Teorema di Rolle.

(3) Dimostrare che se il limite di una successione esiste, questo è unico.

(4) Sia $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ una serie a termini positivi divergente. Provare di ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

A. La successione $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ è divergente. $\boxed{\text{Falso}}$

B. Se esiste, $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{a_n} > 1$. $\boxed{\text{Falso}}$

C. La serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{a_n}$ è divergente. $\boxed{\text{Vero}}$

Corso di Laurea in Ingegneria Civile ed Ambientale
Prima prova scritta di Analisi Matematica 1 del 10/01/2011 – $\boxed{\text{B}}$

(1) Fornire la definizione di funzione convessa ed enunciare i noti criteri di convessità.

(2) Enunciare e dimostrare il Criterio di integrabilità.

(3) Dimostrare che se $\lim_{n\to+\infty} a_n = a$ e $\lim_{n\to+\infty} b_n = b$ allora $\lim_{n\to+\infty} a_n + b_n = a + b$.

(4) Sia $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ una serie a termini positivi convergente. Provare di ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

A. La successione $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ è convergente. $\boxed{\text{Vero}}$

B. Se esiste, $\lim_{n\to+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$. $\boxed{\text{Falso}}$

C. La serie $\sum_{n=0}^{+\infty} (a_n)^2$ è convergente. $\boxed{\text{Vero}}$

Corso di Laurea in Ingegneria Civile ed Ambientale
Prima prova scritta di Analisi Matematica 1 del 02/02/2011 – $\boxed{\text{A}}$

(1) Fornire la definizione di raggio di convergenza di una serie di potenze ed enunciare il Teorema sul raggio di convergenza.

(2) Enunciare e dimostrare il Teorema di regolarità delle successioni monotone.

(3) Dimostrare la regola di derivazione del prodotto di due funzioni.

(4) Sia $f(x)$ funzione non negativa, continua ed integrabile in senso improprio nell'intervallo $(a, b]$. Se esiste $\lim_{x\to a^+} f(x)$, provare di ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

A. $\lim_{x\to a^+} f(x) \in \mathbb{R}$. $\boxed{\text{Falso}}$

B. $\int_a^b f^2(x)\,dx$ diverge. $\boxed{\text{Falso}}$

C. $\int_a^b \sqrt{f(x)}\,dx$ converge. $\boxed{\text{Vero}}$

Corso di Laurea in Ingegneria Civile ed Ambientale
Prima prova scritta di Analisi Matematica 1 del 02/02/2011 – $\boxed{\text{B}}$

(1) Fornire la definizione di serie convergente ed enunciare il criterio del confronto e del confronto asintotico per serie a termini non negativi.

(2) Enunciare e dimostrare il Criterio del rapporto per succesioni a termini positivi.

(3) Provare la formula di derivazione della funzione inversa.

(4) Sia $f(x)$ funzione non negativa, continua ed integrabile in senso improprio nell'intervallo $[a, +\infty)$. Se esiste $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, provare di ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

A. $\lim_{x\to+\infty} f(x) \in \mathbb{R}$. $\boxed{\text{Vero}}$

B. $\int_a^{+\infty} f^2(x)\, dx$ converge. $\boxed{\text{Vero}}$

C. $\int_a^{+\infty} \sqrt{f(x)}\, dx$ diverge. $\boxed{\text{Falso}}$

Corso di Laurea in Ingegneria Civile ed Ambientale
Prima prova scritta di Analisi Matematica 1 del 26/02/2011

(1) Fornire la definizione di integrale improprio per funzioni continue nell'intervallo $[a, +\infty)$. Enunciare il Criterio del confronto e del confronto asintotico per tale integrale.

(2) Enunciare e dimostrare il Criterio monotonia per funzioni derivabili.

(3) Provare che una serie a termini non negativi risulta convergente oppure divergente.

(4) Sia $f(x)$ funzione definita e limitata in un intervallo $I \subset \mathbb{R}$. Provare di ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

A. $f(x)$ ammette minimo o massimo in I. $\boxed{\text{Falso}}$

B. $f(x)$ ammette estremo inferiore e superiore finiti in I. $\boxed{\text{Vero}}$

C. Se $\sup\limits_{x \in I} f(x) = \inf\limits_{x \in I} f(x)$ allora $f(x)$ è costante in I. $\boxed{\text{Vero}}$

Corso di Laurea in Ingegneria Civile ed Ambientale
Prima prova scritta di Analisi Matematica 1 del 22/06/2011 – $\boxed{\text{A}}$

(1) Fornire la definizione di funzione continua e la classificazione delle discontinuità, illustrando di ciascun caso un esempio.

(2) Enunciare e dimostrare il Teorema fondamentale del calcolo integrale.

(3) Provare che se $f(x)$ è funzione continua in $[a,+\infty)$ ed ammette limite per $x \to +\infty$, allora condizione necessaria alla convergenza dell'integrale $\displaystyle\int_a^{+\infty} f(x)\,dx$ è che $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

(4) Sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ successione infinitesima. Provare di ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

A. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{n}$ è divergente. $\boxed{\text{Falso}}$

B. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{n^2}$ è convergente. $\boxed{\text{Vero}}$

C. $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n)^2$ è convergente. $\boxed{\text{Falso}}$

Corso di Laurea in Ingegneria Civile ed Ambientale
Prima prova scritta di Analisi Matematica 1 del 22/06/2011 – $\boxed{\text{B}}$

(1) Fornire la definizione di funzione derivabile, di punto angoloso, di cuspide e di punto a tangente verticale, illustrando in ciascun caso un esempio.

(2) Enunciare e dimostrare il Teorema della media integrale.

(3) Provare che condizione necessaria alla convergenza della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ è che $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$.

(4) Sia $f(x)$ una funzione continua in $[1, +\infty)$ e infinitesima per $x \to +\infty$. Provare di ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

A. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{f(x)}{x}$ è divergente. $\boxed{\text{Falso}}$

B. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{f(x)}{x^2}$ è convergente. $\boxed{\text{Vero}}$

C. $\displaystyle\int_1^{+\infty} [f(x)]^2$ è convergente. $\boxed{\text{Falso}}$

Corso di Laurea in Ingegneria Civile ed Ambientale
Prima prova scritta di Analisi Matematica 1 del 11/07/2011

(1) Fornire la definizione di primitiva e di integrale indefinito di una funzione continua. Enunciare la formula fondamentale del calcolo integrale.

(2) Enunciare e dimostrare il criterio di Leibniz per serie a termini di segno alterno.

(3) Provare che ogni insieme $A \subset I\!R$ non vuoto e superiormente limitato ammette estremo superiore finito.

(4) Siano $f(x)$ e $g(x)$ funzioni continue in $[a, b]$ e derivabili in (a, b). Provare di ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

A. se $f(x) \leq g(x)$, $\forall\, x \in [a, b]$, allora $f'(x) \leq g'(x)$, $\forall\, x \in (a, b)$.

$\boxed{\text{Falso}}$

B. se $f(x) \leq g(x)$, $\forall\, x \in [a, b]$, allora $\displaystyle\int_a^x f(t)\, dt \leq \int_a^x g(t)\, dt$, $\forall\, x \in (a, b)$.

$\boxed{\text{Vero}}$

C. se $f'(x) \leq g'(x)$, $\forall\, x \in (a, b)$, e $f(a) \leq g(a)$ allora $f(x) \leq g(x)$, $\forall\, x \in [a, b]$.

$\boxed{\text{Vero}}$

Corso di Laurea in Ingegneria Civile ed Ambientale
Prima prova scritta di Analisi Matematica 1 del 05/09/2011

(1) Fornire la definizione di serie numerica convergente e divergente. Enunciare i noti criteri di convergenza per serie numeriche a termini non negativi.

(2) Enunciare e dimostrare il Criterio di convessità per funzioni derivabili.

(3) Provare che ogni funzione derivabile in un punto è ivi continua.

(4) Sia $f(x)$ una funzione continua e crescente in $[0, +\infty)$ tale che $f(0) = 0$. Posto $F(x) = \int_0^x f(t)\, dt$, provare di ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

A. $F(x)$ è crescente. $\boxed{\text{Vero}}$

B. $F(x)$ è convessa. $\boxed{\text{Vero}}$

C. $\lim_{x\to+\infty} F(x) = +\infty$. $\boxed{\text{Falso}}$

Corso di Laurea in Ingegneria Civile ed Ambientale
Prima prova scritta di Analisi Matematica 1 del 24/09/2011

(1) Fornire la definizione di funzione derivabile e l'interpretazione geometrica.

(2) Enunciare e dimostrare il Teorema di esistenza degli zeri.

(3) Provare che se $f(x)$ è funzione continua in $[a, +\infty)$ ed ammette limite per $x \to +\infty$, allora condizione necessaria alla convergenza dell'integrale $\displaystyle\int_a^{+\infty} f(x)\,dx$ è che $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

(4) Sia $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n a_n$ serie a termini di segno alterno convergente. Provare di ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

A. $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ è convergente. $\boxed{\text{Falso}}$

B. $a_n \to 0$ per $n \to +\infty$. $\boxed{\text{Vero}}$

C. La serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ ha raggio di convergenza $\rho \geq 1$. $\boxed{\text{Vero}}$