Programma del corso di ANALISI MATEMATICA 3 a.a. 2009/2010
Dott.ssa Francesca G. Alessio

Funzioni di variabile complessa:
Richiami sui numeri complessi e sulle funzioni elementari complesse. Successioni di numeri complessi: convergenza, successioni di Cauchy e Criterio di Cauchy. Serie di numeri complessi: convergenza e condizione necessaria alla convergenza. Convergenza assoluta e Teorema sulla convergenza assoluta (dim).
Criterio del confronto, Criterio del rapporto (dim) e della radice. Somma e prodotto di serie. Riordinamento di una serie.
Serie di potenze: definizione, Teorema di Abel (dim), definizione di raggio di convergenza e Teorema sul raggio di convergenza (dim). Criterio di Cauchy-Hadamard e Criterio di D'Alembert. Sviluppi in serie di potenze.
Funzioni olomorfe, definizione e condizioni di Cauchy-Riemann.
Proprieta' elementari delle funzioni olomorfe, trasformazioni conformi.
Teorema sulla serie derivata di una serie di potenze (dim). Funzioni analitiche e sviluppabilita' in serie di Taylor.
Integrabilita' secondo Riemann di funzioni complesse, Proprieta' elementari e Teorema di passaggio al limite sotto segno di integrale (dim).
Integrazione lungo curve e proprietà' elementari. Teorema di passaggio al limite sotto segno di integrale. Integrazione termine a termine di una serie di funzioni. Teorema fondamentale per l'integrale curvilineo (dim). Teorema sulla serie integrata di una serie di potenze. Sviluppo della funzione logaritmo principale. Esempi di sviluppi in serie di potenze.
Definizione di primitiva, teorema di esistenza di una primitiva in un aperto convesso (dim) e in aperto qualunque (cenno dim). Teorema di Cauchy in un triangolo (dim). Formula di Cauchy (dim). Teorema di Cauchy in un aperto convesso (dim) Teorema di sviluppabili' in serie di potenze di funzione olomorfe (dim) e sviluppabilita' in serie di Taylor.
Teorema di Morera (dim). Funzioni olomorfe e campi vettoriali irrazionali. Definizione di curve omotope. Teorema di Cauchy generalizzato (dim. cenno). Teorema di invarianza per omotopia (dim). Diseguaglianza di Cauchy e Teorema di Liouville (dim). Teorema di D'Alembert (dim) e Teorema fondamentale dell'algebra. Molteplicita' degli zeri di funzioni analitiche. Teorema sugli zeri di funzioni analitiche (dim), Corollario sulle proprietà' dell'insieme degli zeri (dim). Principio di identità'. Proprieta' della media e Principio del massimo modulo
Funzioni armoniche: definizione, parte reale e immaginaria di una funzione olomorfa sono funzioni armoniche (dim), ogni funzione armonica e' parte reale di una funzione olomorfa (dim), Principio di identità', Proprieta' della media e Principio del massimo per funzioni armoniche. Singolarità' isolate e di serie di Laurent. Lemma di Laurent (dim), Teorema di sviluppabili' in serie di Laurent (dim). Classificazione delle singolarità' isolate. Teorema di caratterizzazione delle singolarità' eliminabili (dim), dei poli (dim) e delle singolarità' essenziali.
Residui, Teorema dei residui (dim cenno). Lemma del piccolo cerchio, Lemma del grande cerchio e Lemma di Jordan: applicazione al calcolo di integrali.

Integrale di Lebesgue:
Introduzione alla teoria della misura di Lebesgue: plurintervalli, insieme elementari e misura di insieme elementari e proprietà' fondamentali. Misura esterna, insieme misurabili e misura di Lebesgue. Proprieta' fondamentali della misura di Lebesgue. Funzioni misurabili e proprietà' elementari. Funzioni caratteristiche e funzioni semplici. Teorema di approssimazione di funzioni misurabili mediante funzioni semplici (dim).
Integrale di Lebesgue di funzioni semplici e di funzioni misurabili. Funzioni sommabili secondo Lebesgue. Proprieta' elementari dell'integrale di Lebesgue. Insiemi di misura nulla e proprietà' vere quasi ovunque.
Teorema di confronto tra l'integrale di Riemann e l'integrale di Lebesgue (dim). Teorema di Vitali-Lebesgue.
Teorema di convergenza monotona e dominata, Teorema di Fubini-Tonelli.
Integrali dipendenti da un parametro e Teorema sulla continuità' e derivabilita' dell'integrale dipendente da un parametro (dim).

Proiezioni ortogonali e Serie di Fourier:
Spazi vettoriali normati, spazi di Banach. Spazi vettoriali con prodotto scalare e spazi di Hilbert. Spazi Lp, definizione e definizione di norma nello spazio Lp. Teorema di densità'.
Proiezione ortogonale e Teorema delle proiezioni (dim).
Polinomi trigonometrici e serie di Fourier. Lemma di Riemann-Lebesgue (dim). Teorema sulla convergenza puntuale della serie di Fourier (dim), Teorema di convergenza uniforme. Teorema sulla convergenza in media quadratica (dim) e identità' di Parseval (dim). Teorema di Ries-Fischer. Proprieta' elementari dei coefficienti di Fourier (linearità', coefficienti del prodotto di convoluzione, coefficienti della derivata).
Serie di Fourier dell'onda triangolare e dell'onda quadra. Applicazione della serie di Fourier per la risoluzione dell'equazione del calore e delle onde.

Trasformata di Fourier
Definizione e Teorema sulla continuità' della TF (dim). Proprieta' della TF rispetto alle operazioni di simmetrizzazione e di coniugazione (dim). Proprieta' della TF rispetto alle operazioni di traslazione e di riscalamento (dim).
Derivata della Trasformata di Fourier (dim), Trasformata di Fourier della derivata (dim). Trasformata di Fourier del prodotto di convoluzione (dim). Antitrasformata e Formula di inversione.
Trasformata di Fourier in L2, definizione e Teorema di Plancherel.
Applicazione alla risoluzione dell'equazione del calore.

Trasformata di Laplace
Definizione, insieme di convergenza assoluta e ascissa di convergenza. Teorema sulla limitezza e sul comportamento ad infinito (dim) Teorema sull' olomorfia della TL (dim). Proprieta' della TL rispetto alle operazioni di traslazione e di riscaldamento (dim, cenno). Trasformata di Laplace del prodotto di convoluzione (dim, cenno).
Trasformata della derivata (dim). Confronto con la trasformata di Fourier e Formula di inversione (dim). Iniettivita' della TL.
Applicazione alla risoluzioni di EDO lineari.

Testo di riferimento:

dispense del docente reperibili alla pagina www.dipmat.univpm.it/~alessio

Testi di supporto:

Barozzi "Metodi Matematici per l'Ingegneria dell'informazione" Zanichelli
Giaquinta-Modica "Note di metodi matematici per Ingegneria Informatica" Pitagora
Rudin "Analisi reale e complessa" Boringhieri (per la parte sulle funzioni olomorfe)
Kolmogorov-Fomin "Elementi di Teoria delle funzioni e di analisi funzionale" MIR (per la parte sull'integrale di Lebesgue e le serie di Fourier)